

Modifikasi *Switch Probability* pada *Flower Pollination Algorithm* melalui Analisis Statistika Deskriptif

Fadhil Hanif Sulaiman¹, Yuli Sri Afrianti²

Institut Teknologi Bandung

email: fadhilhs@students.itb.ac.id¹, yuli.afrianti@math.itb.ac.id²

Abstrak

Flower Pollination Algorithm (FPA) merupakan metode optimisasi yang bebas gradien sehingga biaya komputasi rendah dan dapat digunakan untuk fungsi-fungsi yang tidak memiliki turunan. Metode ini pun termasuk sederhana karena mengandalkan bilangan random saja. FPA mengadopsi cara kerja penyerbukan bunga dengan pemilihan Switch Probability (disingkat p-switch) untuk menentukan proses optimisasi secara global atau lokal. Pada beberapa literatur sebelumnya, nilai p-switch selalu dipilih sebesar 0.8 karena secara alami, peluang lokal lebih besar dibandingkan global. Pada artikel ini akan dilakukan modifikasi penentuan besar p-switch, tidak lagi hanya menggunakan satu nilai, melainkan beberapa nilai dengan interval 0.6 hingga 0.9. Pemilihan interval ini pun mempertimbangkan sifat alami tadi yang menyatakan bahwa nilai peluang lokal lebih besar dibandingkan dengan global. Hasil yang diperoleh akan dianalisis dengan pendekatan Statistika Deskriptif, baik secara analitik maupun grafik. Dari hasil tersebut dapat disimpulkan bahwa nilai peluang yang paling optimal berbeda-beda untuk tiap fungsi objektif pada studi kasus, tidak selalu 0.8. Hasil ini diharapkan dapat menjadi rekomendasi untuk pengembangan FPA selanjutnya terutama pada tahap penentuan p-switch guna meningkatkan kinerja dan mempercepat konvergensi komputasinya.

Kata kunci: Flower Polination Algorithm, Switch Probability, Metode Optimisasi, Statistika Deskriptif.

Modification of Switch Probability in Flower Pollination Algorithm through Descriptive Statistical Analysis

Fadhil Hanif Sulaiman¹, Yuli Sri Afrianti²

Institut Teknologi Bandung

email: fadhilhs@students.itb.ac.id¹, yuli.afrianti@math.itb.ac.id²

Abstract

Flower Pollination Algorithm (FPA) is a gradient-free optimization method so that computational costs are low and can be used for functions that have no derivatives. This method is also quite simple because it relies on random numbers only. FPA adopts the workings of flower pollination by selecting Switch Probability (abbreviated as p-switch) to determine the optimization process globally or locally. In some previous literature, the p-switch value is always chosen at 0.8 because naturally, local opportunities are greater than global. In this article, we will modify the determination of the size of the p-switch, no longer using only one value, but several values with an interval of 0.6 to 0.9. The selection of this interval also takes into account the nature of this which states that the local opportunity value is greater than the global one. The results obtained will be analyzed using Descriptive Statistics approach, both analytically and graphically. From these results it can be concluded that the most optimal opportunity value varies for each objective function in the case study, not always 0.8. This result is expected to be a recommendation for further FPA development, especially at the stage of determining the p-switch to improve performance and accelerate computational convergence.

Keywords: Flower Pollination Algorithm, Switch Probability, Optimization Method, Descriptive Statistics.

PENDAHULUAN

Pada kegiatan sehari-hari, kita seringkali berupaya untuk mendapat hasil yang terbaik, yaitu hasil bernilai minimum atau maksimum. Tergantung kasus yang dihadapi contohnya disaat berlibur, kita menginginkan agar biaya yang dikeluarkan menjadi minimum. Salah satu upaya yang dapat dilakukan ialah dengan memilih berbagai alternatif dari jenis angkutan yang akan digunakan, tempat menginap, menu makanan, toko souvenir, dan lainnya, namun dengan tetap mempertahankan kualitas liburan yang ingin kita nikmati. Upaya untuk mendapat hasil terbaik atau optimum berupa nilai minimum atau maksimum disebut optimasi, sedangkan fenomena yang terkait disebut permasalahan optimasi.

Secara matematis, permasalahan optimasi dapat ditulis sebagai berikut:

$$\begin{array}{ll} \text{Minimum} & f_i(x), (i = 1, 2, \dots, I) \\ x \in R_d & \Phi_j(x) = 0, (j = 1, 2, \dots, J) \\ \text{terhadap subjek} & \psi_k(x) \leq 0, (k = 1, 2, \dots, K) \end{array}$$

dengan $f_i(x)$, $\Phi_j(x)$, dan $\psi_k(x)$ merupakan fungsi dari vektor keputusan $x = (x_1, x_2, \dots, x_d)^T$. Variabel x_p dengan $p = 1, 2, \dots, d$ disebut variabel keputusan dari x . Lalu fungsi $f_i(x)$ disebut fungsi objektif. R_d merupakan ruang yang direntang oleh x_p serta disebut sebagai ruang keputusan. Sementara itu ruang yang dibentuk oleh nilai dari fungsi objektif disebut ruang solusi. Persamaan $\Phi_j(x)$ dan pertidaksamaan $\psi_k(x)$ disebut kendala. Sebagai catatan, pertidaksamaan $\psi_k(x)$ diatas dapat pula berbentuk ≥ 0 , serta objektif dapat diformulasikan sebagai maksimum.

Permasalahan optimasi dapat diselesaikan dengan menggunakan algoritma optimasi. Algoritma merupakan prosedur langkah demi langkah untuk menyediakan perhitungan atau instruksi. Pada tahun 2012, ditemukan sebuah algoritma optimasi yang terinspirasi oleh proses penyerbukan dan karakteristik dari tanaman berbunga. Algoritma ini ditemukan oleh Xin-She Yang serta diberi nama *Flower Pollination Algorithm* (FPA). Tabel 1 menjelaskan mengenai rangkuman dari sifat algoritma FPA.

Tabel 1. Rangkuman FPA sebagai Algoritma Optimasi.

Sifat FPA	Informasi
Stokastik	Hasil akan selalu berbeda pada setiap percobaan.
Metaheuristik	Tidak dapat menjamin solusi optimum, namun solusi yang mendekati solusi optimum dapat dicapai dengan cukup cepat.
Metode bebas gradien	Bersifat serbaguna, dapat digunakan dalam berbagai fungsi bahkan fungsi yang tidak memiliki turunan pada nilai optimumnya. Selain dari itu biaya komputasi akan rendah.
Tiga parameter	Banyaknya parameter sangat kecil sehingga tergolong metode yang sederhana. Penerapan dalam komputer tergolong mudah.
Kajian peneliti lainnya	Kinerja yang baik dalam menangani banyak permasalahan optimasi, namun konvergensinya rendah pada tahap akhir dan mudah terjebak dalam nilai optimal lokal.

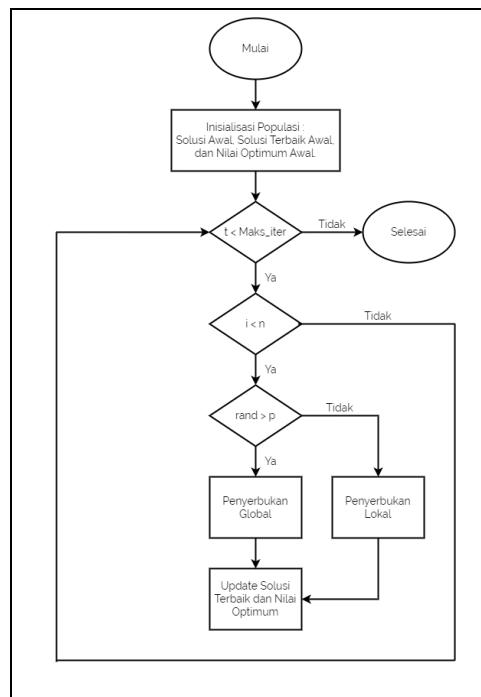
Metode FPA secara umum memiliki kinerja lebih baik dibandingkan algoritma sejenisnya yaitu *Genetic Algorithm* (GA) dan *Particle Swarm Optimization* (PSO). Hingga tahun 2018 sudah terdapat lebih dari 150 publikasi terkait FPA yang dapat dirangkum dalam 40 aplikasi diantaranya seperti pengelompokan data, peramalan kecepatan angin, melatih feed forward pada neural network, hingga menyelesaikan permainan Sudoku. Konsep FPA didasarkan pada proses penyerbukan dan karakteristik tanaman berbunga. Dalam perspektif biologi, konsep tersebut digunakan oleh tanaman untuk dapat mempertahankan kelangsungan hidupnya. Proses tersebut terus berevolusi hingga didapatkan bentuk yang kita kenal saat ini. Pada FPA, kedua konsep ini akan dibagi kedalam dua kategori penyerbukan yaitu global dan lokal. Kemunculan kedua kategori ini akan diatur oleh *switch probability* (akan disingkat *p-switch*) yang pada penelitian orisinalnya bernilai konstan yaitu $p = 0,8$.

Meskipun algoritma ini memiliki banyak keuntungan, metode FPA juga memiliki berbagai kelemahan. Maka dari itu untuk meningkatkan kinerjanya, para peneliti melakukan berbagai modifikasi beberapa diantaranya seperti mengawinkan dengan algoritma sejenisnya seperti GA dan PSO, mengubah besar langkahnya (*step size*), atau mengubah nilai dari *p-switch*nya. Berdasarkan latar belakang diatas, dalam studi ini FPA akan dimodifikasi yaitu dengan mengubah nilai *p-switch* oleh besaran yang tidak konstan serta akan dianalisis hasilnya dengan menggunakan statistika deskriptif baik secara analitik maupun grafik.[5],[6]

METODE

Konsep FPA didasarkan pada proses penyerbukan bunga dan karakteristik tanaman berbunga. Proses penyerbukan bunga dapat diasosiasikan sebagai berpindahnya serbuk sari. Proses tersebut dibagi dalam dua bentuk utama serta dua cara untuk melakukan penyerbukan. Kedua bentuk utama dalam proses penyerbukan dikelompokkan sesuai dengan jenis dari penyerbuk, yaitu makhluk yang membantu melakukan penyerbukan. Dua bentuk utama tersebut adalah biotik yang berupa makhluk hidup seperti kupu-kupu, burung kolibri, dan lebah; serta abiotik yaitu benda mati seperti angin dan air. Sementara itu, dua cara untuk melakukan penyerbukan adalah melalui penyerbukan sendiri atau silang. Penyerbukan sendiri berlangsung dalam sebuah bunga atau dua bunga dalam pohon yang sama. Sedangkan penyerbukan silang terjadi pada dua buah bunga pada pohon yang keduanya berbeda namun tetap dalam satu spesies yang sama. Selanjutnya pada dasar dari konsep FPA, karakteristik tanaman berbunga yang dimaksud adalah kekonsistenan bunga. Kekonsistenan bunga merupakan fenomena pada penyerbuk yang membatasi kunjungan mereka kepada beberapa spesies tanaman saja.

Dari konsep-konsep tersebut, FPA memisahkannya kedalam dua kategori yaitu penyerbukan global dan lokal. Penyerbukan global memuat bentuk biotik dan cara penyerbukan silang. Kategori ini didasarkan kepada sifat penyerbukan yang berjarak jauh, secara matematis penyerbuk biotik seperti lebah akan bergerak mengikuti distribusi Lévy yang diberi nama Lévy flight. Sementara penyerbukan lokal memuat bentuk abiotik dan cara penyerbukan sendiri. Kategori lokal bersifat penyerbukan jarak dekat yang akan bergerak mengikuti distribusi Uniform. Tentunya kedua kategori ini tidak dapat muncul secara bersamaan, untuk itu peluang kemunculan kedua kategori penyerbukan ini diatur oleh suatu nilai yang dinamakan *p-switch*. Secara alamiah nilai dari peluang kemunculan lokal akan lebih besar dibandingkan peluang kemunculan global. Terakhir, pada FPA konsep kekonsistenan bunga diartikan sebagai peluang penyerbukan yang proporsional terhadap kesamaan diantara dua bunga. Untuk lebih jelasnya berikut merupakan diagram alir dari FPA :

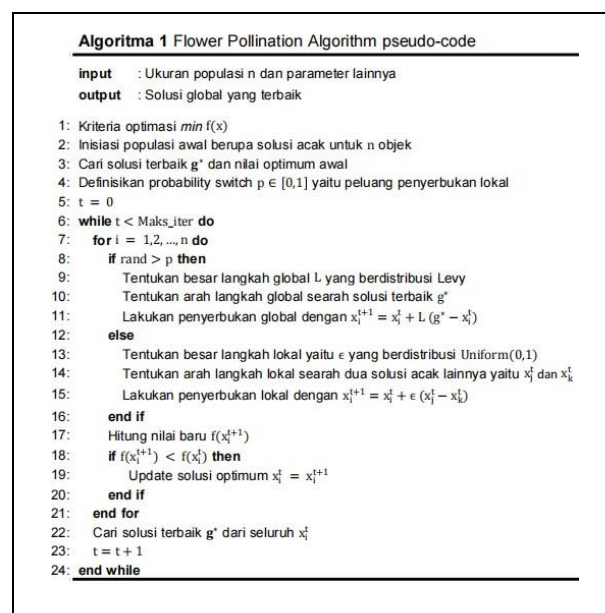


Gambar 1. Diagram Alir FPA.

Dalam algoritma FPA, penyerbukan global (1) dan lokal (2) dapat dimodelkan sebagai :

$$x_i^{t+1} = x_i^t + L(g^* - x_i^t) \dots \dots \dots (1) \quad x_i^{t+1} = x_i^t + \varepsilon(x_j^t - x_k^t) \dots \dots \dots (2)$$

dengan L mengikuti distribusi Lévy dan g^* merupakan solusi terbaik pada iterasi ke t . Sedangkan ε berdistribusi Uniform serta x_j^t dan x_k^t merupakan dua solusi lainnya yang dipilih secara acak. Pseudo-code dari FPA dapat dilihat pada Gambar 2.



Gambar 2. Pseudo-code FPA .

Dalam penelitian ini, data yang diperoleh dari eksperimen akan dikaji secara analitik maupun grafik. Analisis yang digunakan adalah ukuran kecenderungan terhadap pusat yaitu median dan mean, serta ukuran penyebaran yaitu standar deviasi dan juga kemencengan yaitu skewness. Berikut merupakan berbagai definisinya :

Misalkan hasil observasi dari n buah sampel yang bernilai $u_1, u_2, \dots u_n$.

Definisi 1 : Mean

Maka mean yang dinotasikan dengan $\bar{u}$ adalah

$$\bar{u} = \sum_{i=1}^n \frac{u_i}{n}$$

Definisi 2 : Median

Misalkan $u_1, u_2, \dots u_n$ diurutkan dari yang paling kecil yaitu $a_1, a_2, \dots a_n$. Maka median yang dinotasikan dengan $\tilde{a}$ adalah

$$\tilde{a} = \begin{cases} a_{\frac{n+1}{2}}, & \text{jika } n \text{ ganjil} \\ \frac{1}{2}(a_{\frac{n}{2}} + a_{\frac{n}{2}+1}), & \text{jika } n \text{ genap} \end{cases}$$

Definisi 3 : Variansi dan Standar Deviasi

Variansi yang dinotasikan oleh s^2 adalah

$$s^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(u_i - \bar{u})^2}{n - 1}$$

Standar Deviasi yang dinotasikan oleh s adalah akar positif dari s^2 yaitu $s = \sqrt{s^2}$

Definisi 4 : Skewness

Skewness yang dinotasikan oleh s_k adalah

$$s_k = \sum_{i=1}^n \frac{(u_i - \bar{u})^3}{s(n - 1)}$$

Perhatikan pada nilai *skewness*, jika nilainya nol maka distribusi data simetris, jika nilainya positif maka data menceng ke kanan, dan jika negatif maka data menceng ke kiri. Selain dari itu, kajian ini juga akan menggunakan statistika deskriptif berupa grafik yaitu histogram untuk melihat distribusi dan plotting untuk melihat kelakuan beberapa variabel.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada penelitian ini FPA akan dimodifikasi dengan mengubah nilai *p-switch*. Modifikasi didasarkan pada sifat khusus *p-switch* yaitu peluang kemunculan penyerbukan lokal lebih besar dibandingkan peluang kemunculan penyerbukan global. Selanjutnya digunakan empat nilai *p-switch* yang berbeda-beda yaitu $p = 0.6, 0.7, 0.8, 0.9$. Untuk dapat menguji kinerja modifikasi ini, digunakan lima buah fungsi uji yang diambil dari paper [4] sebagai berikut :

1. Ackley

$$f(x_i, y_i) = -20e^{-20\sqrt{\frac{x_i^2 + y_i^2}{2}}} - e^{\frac{\cos(2\pi x_i) + \cos(2\pi y_i)}{2}} + 20 + e$$

2. Dejong

$$f(x_i, y_i) = x_i^2 + y_i^2$$

3. Griewangk

$$f(x_i, y_i) = \frac{(x_i^2 + y_i^2)}{4000} - \cos(x_i)\cos\left(\frac{y_i}{\sqrt{2}}\right) + 1$$

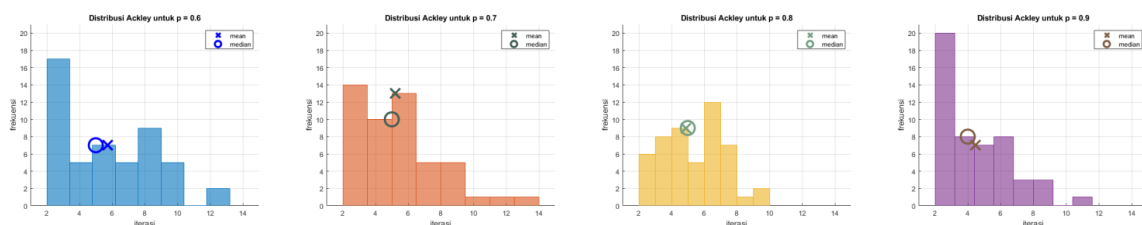
4. Rastrigin

$$f(x_i, y_i) = 20 + x_i^2 + y_i^2 - 10[\cos(2\pi x_i) + \cos(2\pi y_i)]$$

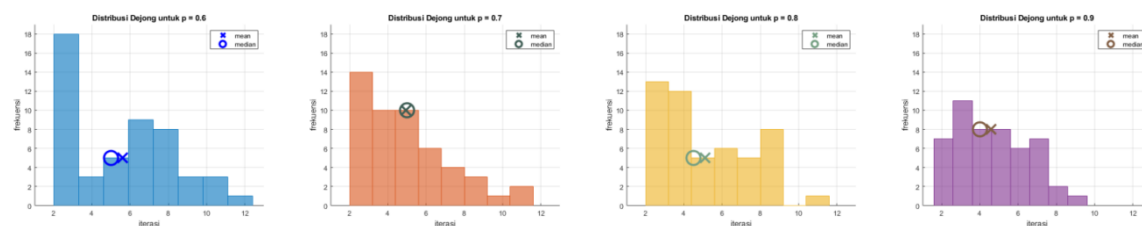
5. Yang

$$f(x_i, y_i) = (|x_i| + |y_i|)e^{-\sin(x_i^2) - \sin(y_i^2)}$$

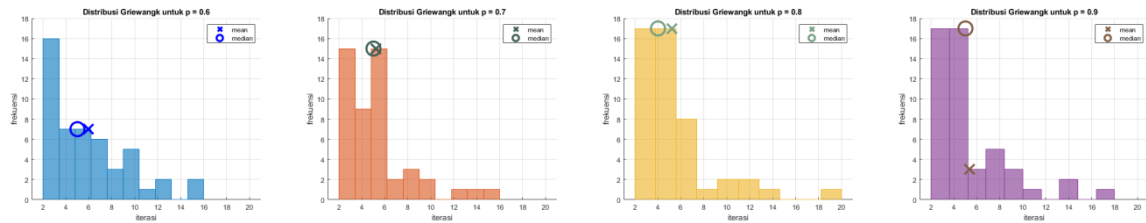
Setiap fungsi akan dicari nilai minimumnya dan diuji sebanyak 50 kali dengan *seed random* yang sama (ditentukan). Pengujian akan dibatasi oleh kotak $[0,5.5] \times [0,5.5]$ serta dilakukan dengan batas toleransi 10^{-5} . Hasil yang diamati pada penelitian ini adalah pengaruh besar nilai *p-switch* terhadap banyak iterasi untuk kelima fungsi tersebut. Hasil ini akan diolah dengan statistika deskriptif secara analitik maupun grafik. Berikut merupakan distribusi banyak iterasi untuk tiap fungsi dengan nilai p yang berbeda-beda.



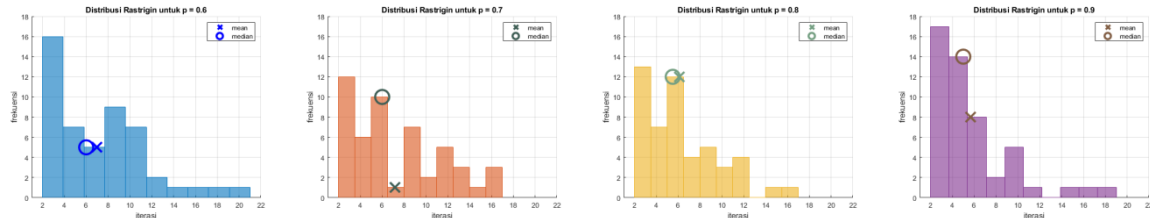
Gambar 3. Hasil Distribusi dari Fungsi Ackley untuk Berbagai Nilai p .



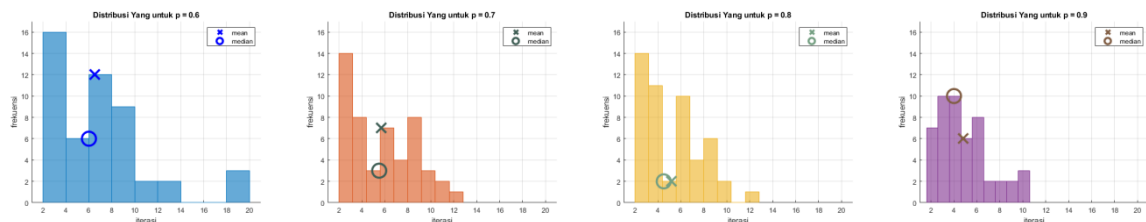
Gambar 4. Hasil Distribusi dari Fungsi Dejong untuk Berbagai Nilai p .



Gambar 5. Hasil Distribusi dari Fungsi Griewangk untuk Berbagai Nilai p .



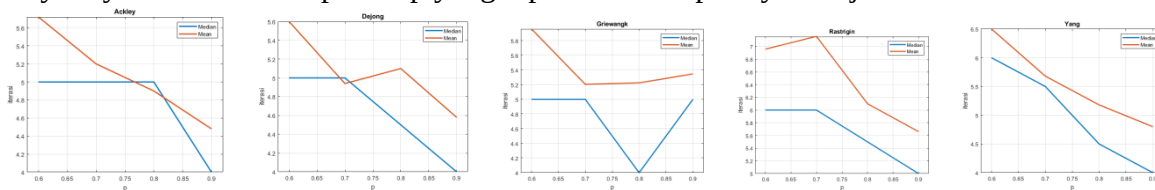
Gambar 6. Hasil Distribusi dari Fungsi Rastrigin untuk Berbagai Nilai p .



Gambar 7. Hasil Distribusi dari Fungsi Yang untuk Berbagai Nilai p .

dan tabel rangkuman mengenai hasil statistika deskriptif analitik dari pengujian kelima fungsi tersebut disajikan pada Tabel 2.

Dari hasil tersebut, dilakukan plot pada median dan mean untuk melihat kelakuan dari banyaknya iterasi terhadap nilai p yang dipilih. Grafik plotnya disajikan dalam berikut:



Gambar 8. Plot Tren dari Median dan Mean terhadap Berbagai Nilai p .

Untuk dapat membandingkan perlakuan p yang akan meningkatkan kinerja FPA, diskusi akan difokuskan kedalam dua hal, yaitu : *skewness* dan standar deviasi serta median dan mean. Pertama akan dijelaskan terlebih dahulu kepentingan dari nilai tersebut, setelah itu akan dilihat berdasarkan hasil yang didapatkan.

1. *Skewness* dan Standar Deviasi

Skewness merupakan nilai kemencengan dari suatu distribusi. Nilai *skewness* yang diinginkan adalah yang bernilai paling positif. Hal ini karena nilai *skewness* yang positif berarti data menumpuk lebih banyak pada nilai yang lebih kecil dari mean sehingga banyaknya iterasi yang dibutuhkan untuk mencapai solusi optimum menjadi paling kecil atau artinya algoritma bekerja lebih cepat, dengan kata lain menghasilkan kinerja yang lebih baik.

Perhatikan pada Tabel 2, seluruh nilai *skewness* dari hasil pengujian bernilai positif

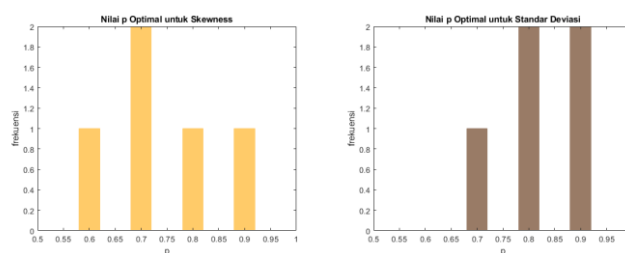
atau mendekati nol. Hal ini dapat terlihat dari mean yang kebanyakan bernilai lebih besar dari median. Nilai skewness terbesar yaitu 2.18 terdapat pada hasil fungsi uji Griewangk dengan $p = 0.8$. Terlihat pada Gambar 5 distribusinya menumpuk di sebelah kiri. Sementara nilai skewness terkecil dengan nilai 0.29 jatuh pada hasil fungsi uji Ackley dengan nilai p yang sama, 0.8. Distribusinya dapat dilihat pada Gambar 3 yang cenderung berbentuk simetris dibandingkan menceng ke kanan. Hal yang menarik dapat dilihat pada Ackley dengan $p = 0.8$ dan Dejong dengan $p = 0.7$. Nilai skewness pada keduanya positif, namun mean bernilai lebih kecil dibandingkan mediannya.

Tabel 2. Hasil Statistika Deskriptif dari Pengujian Lima Fungsi Uji dengan Berbagai Nilai p .

No	Nama Fungsi	Hasil	p			
			0.6	0.7	0.8	0.9
1	Ackley	Median	5	5	5	4
		Mean	5.72	5.2	4.9	4.48
		Standar Deviasi	2.86	2.52	1.94	1.98
		Skewness	0.53	1.15	0.29	0.89
2	Dejong	Median	5	5	4.5	4
		Mean	5.6	4.94	5.1	4.58
		Standar Deviasi	2.7	2.2	2.25	1.89
		Skewness	0.41	0.97	0.51	0.36
3	Griewangk	Median	5	5	4	5
		Mean	5.96	5.2	5.23	5.35
		Standar Deviasi	3.51	2.99	3.45	3.38
		Skewness	1.15	1.66	2.18	1.81
4	Rastrigin	Median	6	6	5.5	5
		Mean	6.96	7.16	6.1	5.66
		Standar Deviasi	4.35	4.29	3.48	3.7
		Skewness	1.12	0.71	0.97	1.65
5	Yang	Median	6	5.5	4.5	4
		Mean	6.5	5.68	5.18	4.8
		Standar Deviasi	4.16	2.8	2.45	2.27
		Skewness	1.57	0.46	0.64	0.8

Selanjutnya standar deviasi yaitu ukuran penyebaran dari distribusi. Nilai standar deviasi yang diinginkan adalah yang bernilai paling kecil. Hal ini karena nilai yang kecil berarti penyebarannya dekat dengan nilai mean. Ini dimaksudkan karena nilai mean yang akan menjadi tolak ukur utama dari penentuan kinerja modifikasi FPA. Dapat dilihat pada Tabel 2,

nilai standar deviasi terkecil terdapat pada Ackley dengan $p = 0.8$ dan terbesar jatuh pada Rastrigin dengan $p = 0.6$. Terakhir berikut merupakan plot frekuensi p dari nilai skewness terbesar dan juga standar deviasi terkecil pada setiap fungsi uji.

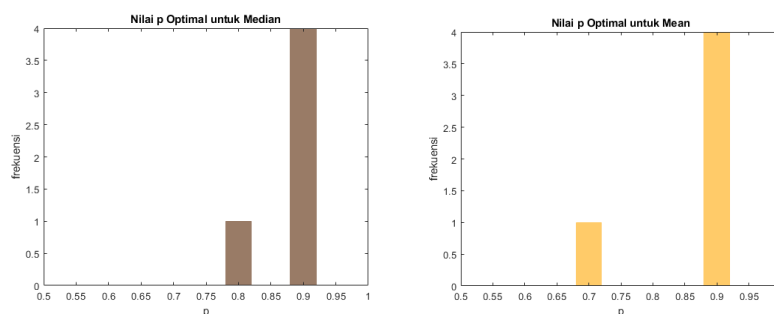


Gambar 9. Nilai Frekuensi p Optimal Untuk *Skewness* dan Standar Deviasi.

Dapat dilihat pada Gambar 9 sebelah kiri, terdapat dua fungsi yang nilai *skewness*-nya paling positif pada $p = 0.7$ yaitu pada fungsi Ackley dan Dejong. Untuk itu dengan hasil pada Gambar 9, jika menginginkan data yang lebih cenderung menumpuk pada nilai yang kecil, maka digunakan $p = 0.7$. Selanjutnya pada gambar sebelah kiri yaitu untuk standar deviasi, agar data bernilai dekat dengan mean dapat digunakan $p = 0.8$ atau 0.9 .

2. Median dan Mean

Median dan mean merupakan ukuran kecenderungan terhadap pusat. Kedua nilai ini akan menjadi tolak ukur utama untuk dapat membandingkan kinerja modifikasi FPA. Tentunya agar kinerja menjadi lebih baik, nilai median dan mean yang diinginkan ialah nilai yang paling kecil. Sebelum melihat hasil pada Tabel 2, tinjau terlebih dahulu plot pada Gambar 8. Pada gambar tersebut memperlihatkan bahwa secara umum banyaknya iterasi yang dibutuhkan akan menurun seiring dengan naiknya nilai p . Dengan kata lain kinerja dari FPA akan menjadi lebih baik pada nilai p yang besar. Selanjutnya perhatikan pada Tabel 2, nilai median terkecil sebesar 4 iterasi tersebar dalam berbagai fungsi namun sebagian besar jatuh pada $p = 0.9$. Sementara nilai median terbesar bernilai 6 sebagian besar jatuh pada $p = 0.6$. Selanjutnya untuk nilai mean terkecil berada pada Dejong dengan kembali $p = 0.9$. Di sisi lain, nilai mean terbesar dengan nilai 7.16 terdapat pada Rastrigin dengan $p = 0.7$. Terakhir sama seperti pembahasan sebelumnya, berikut akan disajikan plot frekuensi p dari nilai Median dan Mean terkecil pada setiap fungsi uji.



Gambar 10. Nilai Frekuensi p Optimal Untuk Median dan Mean

Perhatikan Gambar 10 plot sebelah kanan terkait dengan median. Sama halnya seperti interpretasi Gambar 9 sebelumnya, terdapat empat buah fungsi yang nilai mediannya bernilai paling kecil berada pada $p = 0.9$, yaitu pada fungsi Ackley, Dejong, Griewangk dan Yang.

Dengan kata lain, agar mendapat nilai median yang kecil yang mengakibatkan kinerja FPA yang lebih baik, nilai p yang digunakan adalah $p = 0.9$. Hasil ini juga ditunjang oleh hasil mean yang bernilai lebih kecil pada $p = 0.9$.

SIMPULAN

Dari 5 buah fungsi yang diujikan dan dianalisis median dan meannya melalui 50 kali percobaan dapat disimpulkan bahwa nilai p yang memberikan kinerja terbaik (yaitu iterasi paling sedikit) adalah $p = 0.9$.

DAFTAR PUSTAKA

Yang, X. (2010). *Engineering Optimization: An Introduction with Metaheuristic Applications* (1st ed.). Wiley.

Yang, X. (2014). *Nature-Inspired Optimization Algorithms (Elsevier Insights)* (1st ed.). Elsevier.

Yang, X.S. (2012). Flower pollination algorithm for global optimization. In: Durand-Lose, J., Jonoska, N. (Eds.), *Unconventional Computation and Natural Computation (UCNC 2012)*, vol. 7445. Springer, Berlin, Heidelberg, Germany, pp. 240–249.

Alyasseri, Z.A.A., dkk. (2018). Variants of the flower pollination algorithm: a review. In: Yang, X.S. (Ed.), *Nature-Inspired Algorithms and Applied Optimization*. Springer, Cham, pp. 91–118.

Khursheed, M. U. N., dkk. (2021). PV Model Parameter Estimation Using Modified FPA With Dynamic Switch , and Step Size Function. *IEEE Access*, 9, 42027–42044. <https://doi.org/10.1109/access.2021.3064757>.

Yang, X.-S. (2020). *Nature-inspired computation and Swarm Intelligence: Algorithms, theory and applications*. Academic Press.

Glover, B.J. (2007). *Understanding Flowers and Flowering: An Integrated Approach*. Oxford University Press .

Chittka, L., dkk (1999). Flower constancy, insect psychology, and plant evolution. *Naturwissenschaften* 86, 361–377.

Walpole, R. E., dkk. (2011). *Probability and Statistics for Engineers and Scientists* (9th Edition) (9th ed.). Pearson.

Modul Praktikum Statistika KK Statistika, FMIPA ITB, 2014
<https://kbbi.kemdikbud.go.id/entri/optimasi>