SJME (Supremum Journal of Mathematics Education)
Vol.3, No.2, July 2019, pp. 108-116
ISSN: 2548-8163 (online)| ISSN: 2549-3639 (print)

Pembelajaran Pemodelan Realistik dengan Fungsi Kuadratik Dua Variabel

Hanna Arini Parhusip
Matematika, Universitas Kristen Satya Wacana
hanna.parhusip@uksw.edu

Informasi Artikel

Sejarah artikel:

Diterima 10 Juni 2019
Direvisi 09 Juli 2019
Disetujui 12 Juli 2019

Kata kunci:
Fungsi kuadratik, fungsi Pengali Lagrange, solusi optimal

ABSTRAK

Pada penelitian ini ditunjukkan proses pemodelan fungsi kuadratik dua variabel yang digunakan dalam melakukan optimasi produksi kedelai Jawa Tengah tahun 2000-2015.Tujuan penelitian adalah menunjukkan proses pembelajaran dalam pemodelan matematika. Metode penelitian yang digunakan dengan cara memperkenalkan cara menyusun fungsi kuadratik multivariabel dan parameter fungsi harus dicari berdasarkan data. Variabel yang digunakan yaitu luas area, luas produksi dan luas panen. Adapun hasil penelitian berupa model yang telah dibuat dan diujicobakan dengan data produksi kedelai Jawa Tengah tahun 2000-2015. Proses dimulai dengan memberikan bentuk umum fungsi kuadratik dan kendala yang mungkin terjadi sebagai batasan. Demikian pula penyusunan fungsi Lagrange dijelaskan untuk memberikan penjelasan kepada pembaca cara memproses optimasi secara manual dimana data merupakan luas panen, luas produksi dan produktivitas kedelai pada periode 1, periode 2, periode 3 penanaman sepanjang tahun 2000-2015. Dengan menggunakan pengetahuan menyusun turunan dari fungsi Lagrange yang dibentuk dimana turunan harus nol pada solusi kritis, maka proses pencarian solusi optimal dapat dilakukan.

PENDAHULUAN

Pemodelan realistik telah dikaji sebagai proses yang mendorong dan motivasi siswa dalam belajar matematika (Bonotto, 2007). Demikian pula beberapa penulis membuktikan tentang perlunya pemodelan realistik pada pendidikan pada tingkat sekolah dasar hingga pada pendidikan menengah atas misalnya Ningsih(2014) (Blomhøj dan Carreira,2008). Demikian pula proses pemodelan dalam 7 tahap dikaji secara detail untuk suatu kasus pemodelan selimut (Hıdıroğlu,dkk,2017). Kajian waktu metode pembelajaran dengan melakukan pemodelan dan tanpa pemodelan realistik telah dilakukan dimana hasil riset ditunjukkan bahwa waktu yang digunakan lebih sedikit jika metode pembelajaran dilakukan dengan pemodelan realistik (Saxena,dkk,2016). Akan tetapi, tulisan yang membahas bagaimana proses tersebut dapat langsung dilakukan tidak banyak ditunjukkan. Dilain pihak, aplikasi matematika banyak berkembang oleh pengguna matematika tetapi proses tidak dikomunikasikan pada tingkat yang rendah seperti pada sekolah-sekolah sehingga dapat terjadi kesenjangan dalam proses melakukan realisasi matematika pada pendidikan yang lebih tinggi. Oleh karena itulah pada tulisan ini ditunjukkan proses pemodelan realistik secara lengkap agar dapat dibaca dan dikembangkan sesuai dengan kebutuhan pembaca baik itu pendidik maupun peserta didik pada khususnya dan pengguna matematika pada umumnya. Adapun pemodelan realistik yang ditunjukkan pada tulisan ini adalah penyusunan fungsi kuadratik 2 variabel yang berdasarkan data.

Fungsi kuadratik biasa diperkenalkan kepada siswa pada sekolah menengah atas dengan fungsi kuadratik satu variabel yaitu $y = ax^2 + bx + c$ dimana umumnya parameter pembentuk fungsi diketahui, yaitu nilai *a,b,c*. Studi tentang pemikiran siswa terhadap fungsi kuadratik secara tradisional tentang sumbu simetri, lokasi akar dan parabola yang terbuka ke bawah atau ke atas, dan tentang maksimum dan minimum (Parent,2015). Pada studi ini pendekatan fungsi kuadrat sebagai model dari data belum diperkenalkan. Demikian pula aspek koknitif tentang effek penggunaan excel dalam pengajaran fungsi kuadratik pada pembelajaran siswa sekolah menengah atas oleh penulis yang lain dipelajari (Benning dan Agyei,2016) dimana kesulitan siswa dalam pembelajaran fungsi kuadratik dianalisa berdasarkan beberapa hal, yaitu kurangnya kemampuan aljabar siswa dan konsep grafik, perlunya membuat ide yang tidak biasa menjadi biasa serta ketidakseimbangan antara berpikir aljabar dan pemahaman grafis. Pada kedua literatur tersebut tidak dijumpai bahwa *a, b,c* perlu dicari pada materi pembelajaran di sekolah serta bagaimana fungsi kuadratik digunakan dalam model dari data dimana data pada umumnya memuat lebih dari satu macam variabel. Studi bagaimana siswa tertarik pada pemodelan ketika siswa memahami manfaat dan resiko dengan studi kasus dalam menyatakan fungsi kuadratik pernah dilakukan (Baron,2015) dimana fungsi kuadratik yang diperkenalkan masih fungsi kuadratik satu variabel. Dalam penelitian yang lain, siswa juga diajarkan untuk membuat contoh soal dalam pemanfaatan beberapa fungsi termasuk fungsi kuadratik tetapi masih merupakan fungsi satu variabel (Rectanus, 2006).

Untuk itulah pada bagian ini ditunjukkan pemodelan fungsi kuadratik 2 variabel yaitu

$$w = ax^2 + by + cxy + dx + ey + f \quad . \tag{1}$$

Untuk memberi pengenalan kepada siswa tentang pemanfaatan fungsi kuadratik dalam 2 variabel bebas menentukan variabel yang lain, maka fungsi kuadratik diperkenalkan sebagai model aplikasi dimana parameter penyusunnya tidak diketahui. Hal ini dibentuk dari data. Penulisan penelitian topik ini akan memberikan contoh pemanfaatan yang nyata tentang fungsi kuadratik 2 variabel persamaan (1) sebagai model yang memang bermanfaat untuk menyatakan masalah nyata, Masalah utama untuk itu menjadi masalah menentukan *a,b,c,d,e,f* dalam persamaan (1) yang akan diperoleh berdasarkan data. Adapun data sebagai contoh kasus adalah data penanaman kedelai di Jawa Tengah pada tahun 2000-2015. Oleh karena data memuat 3 periode dengan 3 variabel, maka masalah berkembang khususnya menyelidiki periode optimal dalam penanaman kedelai di Jawa Tengah pada tahun 2000-2015. Dengan kasus ini, siswa dapat mengenal kasus sekitarnya dimodelkan dengan fungsi yang dikenalnya di sekolah ataupun pada literatur karena semua proses yang dilakukan masih merupakan proses manual dan siswa dapat menggunakan excel.

METODE

Penyusunan Model Fungsi Kuadratik

Fungsi kuadratik digunakan dalam pemodelan matematika yang disebut pemrograman kuadratik yang merupakan pendekatan penyelesaian permasalahan optimasi nonlinear dengan kendalanya berupa fungsi linear dan fungsi tujuannya merupakan non linear. Bentuk umum dari masalah pemograman kuadratik sebagai berikut:

minimalkan $f(\vec{x}) = a + \bar{c}^T . \bar{x} + \frac{1}{2} \bar{x}^T Q\, \bar{x}$

dengan kendala

$$\left(A\bar{x}\right)_i \le \bar{b},\ i = 1,2,\ldots,k$$

dan atau

$$\left(A\bar{x}\right)_i = \bar{b},\ i = k+1,\ldots,m$$

dimana $\bar{x} \ge 0$ dimana $\vec{x} \in \Re^n$.

Khususnya, untuk model fungsi kuadratik dengan 2 variabel , maka fungsi tujuan $f(\vec{x}) = S$ dibentuk dari pemetaan kuadratik setiap pasangan data (x_i, y_i) dalam bentuk

$$(S_i, x_i, y_i) = \alpha_1 x_i^2 + \alpha_2 y_i^2 + \alpha_3 x_i y_i + \alpha_4 x_i + \alpha_5 y_i + \alpha_6 \tag{2}$$

α_j adalah parameter fungsi tujuan yang harus dicari untuk setiap *j* = 1,2,...,6 sedangkan *i*=1,2,…,*n* dimana *n* banyaknya data yang dinyatakan sebagai banyaknya baris pasangan (x_i, y_i).

Parameter fungsi tujuan persamaan (2) dapat diperoleh dengan menggunakan metode kuadrat terkecil yang berarti perlu meminimalkan fungsi residu yaitu,

$$R = \sum_{i=1}^{n} \left[S_i - \left\{ \alpha_1 x_i^2 + \alpha_2 y_i^2 + \alpha_3 x_i y_i + \alpha_4 x_i + \alpha_5 y_i + \alpha_6 \right\} \right]^2 \tag{3}$$

R minimal dapat terjadi jika dipenuhi $\nabla R = \vec{0}$ yaitu masing – masing turunan parsialnya memenuhi $\frac{\partial R}{\partial \alpha_j} = 0$. Hal ini sama artinya dengan menyelesaikan sistem persamaan linear

$$A\bar{v}_a = \overline{w} \tag{4.a}$$

dimana

$$A = \begin{bmatrix} \sum x_i^4 & \sum x_i^2 y_i^2 & \sum x_i^3 y_i & \sum x_i^3 & \sum x_i^2 y_i & \sum x_i^2 \\ \sum x_i^2 y_i^2 & \sum y_i^4 & \sum x_i y_i^3 & \sum x_i y_i^2 & \sum y_i^3 & \sum y_i^2 \\ \sum x_i^3 y_i & \sum x_i y_i^3 & \sum x_i^2 y_i^2 & \sum x_i^2 y_i & \sum x_i y_i^2 & \sum x_i y_i \\ \sum x_i^3 & \sum x_i y_i^2 & \sum x_i^2 y_i & \sum x_i^2 & \sum x_i y_i & \sum x_i \\ \sum x_i^2 y_i & \sum y_i^3 & \sum x_i y_i^2 & \sum x_i y_i & \sum y_i^2 & \sum y_i \\ \sum x_i^2 & \sum y_i^2 & \sum x_i y_i & \sum x_i & \sum y_i & \sum N \end{bmatrix} \tag{4.b}$$

$$\overline{w} = [\sum x_i^2 S_i \quad \sum y_i^2 S_i \quad \sum x_i y_i S_i \quad \sum x_i S_i \quad \sum y_i S_i \quad \sum S_i\ ]^T \tag{4.c}$$

$$\bar{v}_a = [\alpha_1 \quad \alpha_2 \quad \alpha_3 \quad \alpha_4 \quad \alpha_5 \quad \alpha_6]^T \tag{4.d}$$

Apabila nilai $\bar{v}_a$ sudah diperoleh pada persamaan (4.d) dengan menyelesaikan sistem persamaan linear (4.a), selanjutnya kita dapat menyelesaikan fungsi tujuan dengan kendala-kendala yang ada. Untuk menyelesaikannya, menurut teorema Karush Kuhn Tucker perlu menyusun fungsi Lagrange seperti (Parhusip,2014)

$$L(\bar{x},\vec{\mu},\vec{v}) = S + \sum_{i=1}^{m} \mu_i\left((Ax)_i - b_i\right) + \sum_{j=1}^{n} v_j x_i$$

μ_i =pengali Langrange untuk kendala yang berupa persamaan , i=1,2,..,m dimana m : banyaknya kendala dan j=1,2,..,n. dan v_j = pengali Langrange untuk kendala yang berupa pertidaksamaan.

Fungsi Lagrange dapat digunakan untuk menemukan titik kritis dengan menyelesaikan sistem persamaan yang diperoleh dari $\nabla L = \bar{0}$. Hal ini berarti, mencari peminimal $\bar{x}^*$ dan parameter optimal $\bar{\mu}^* \in R^m$ dan $\bar{v}^* \in R^n$ yang memenuhi (Parhusip, 2014)

a. $\mu_i^* \geq 0$ untuk i=1,...,m , $v_i^* \geq 0$ untuk j=1,...,n

b. $\bar{c} + Q\bar{x}^* + A^T.\bar{\mu}^* - \bar{v}^* = \bar{0}$

c. $\mu_i^*\left[\left(A\bar{x}^*\right)_i - b_i\right] = 0$, untuk i=1,...,m

Model Pemograman Kuadratik untuk Optimasi produksi Kedelai

Pada penelitian ini, pemograman kuadratik diterapkan untuk menentukan periode tanam kedelai yang optimal berdasarkan data Luas Panen,Produksi, dan Produktivitas kedelai Provinsi Jawa Tengah setiap periode tanam pada tahun 2000 – 2015. Data digunakan mempunyai 3 periode penanaman kedelai yaitu periode I dimulai dari Januari-April, Periode II Mei-Agustus, dan Periode III September-Desember.

Pengumpulan Data

Data yang digunakan adalah data yang diperoleh dari Kementerian Pertanian. Data yang dianalisis adalah Luas Panen, Produksi, dan Produktivitas Kedelai Provinsi Jawa Tengah pada setiap periode tanam pada tahun 2000 – 2015 yang ditunjukkan pada Tabel 1, Tabel 2, dan Tabel 3.

Sebelum menyusun fungsi tujuan perlu mendefiniskan variabel yang digunakan. Dalam penelitian ini, variabel yang digunakan sebagai berikut,

x_{ij} = Data Luas Panen ke – i pada periode tanam ke –j dalam satuan ha.

y_{ij} = Data Produksi ke – i pada periode tanam ke –j dalam satuan ton.

S_{ij} = Data Produktivitas ke – i pada periode tanam ke –j dalam satuan Ku/ha.

i=1,2,..,*11* dan j=1,2,3

$$S_j(x,y) = \begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 & \frac{1}{2}\alpha_3 \\ \frac{1}{2}\alpha_3 & \alpha_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \alpha_4 & \alpha_5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix} + \alpha_6$$

Kendala ditunjukkan sebagai berikut,

1. Luas panen tidak boleh lebih besar dari luas panen maksimum yang ditulis serta tidak mungkin negatif,sehingga kendala ditulis $0 < x \leq x_{\text{maksimum}}$

2. Luas produksi tidak boleh lebih besar dari luas produksi maksimum yang ditulis $0 < y \leq y_{\text{maksimum}}$

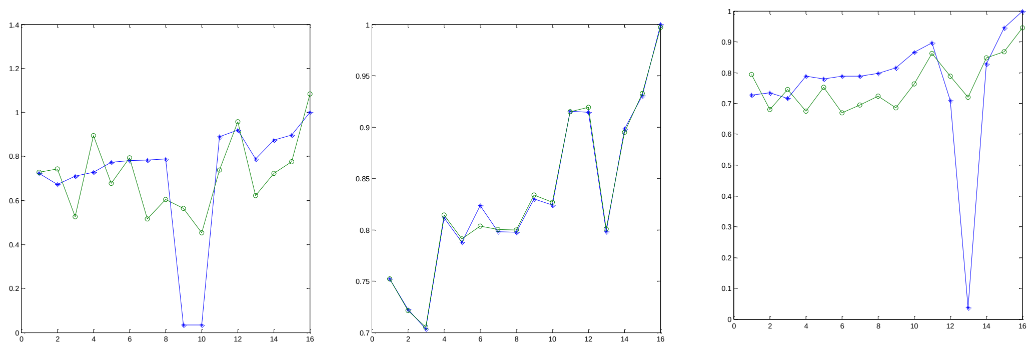
Kedelai merupakan bahan pangan yang mengandung protein nabati yang banyak dikonsumsi oleh penduduk Indonesia khususnya di wilayah Jawa Tengah. Periode penanaman kedelai pada umumnya ada tiga periode yaitu periode I dimulai dari Januari-April, Periode II Mei-Agustus, dan Periode III September-Desember. Berdasarkan data dari kementerian pertanian menunjukkan bahwa dari tahun ke tahun jumlah produksi kedelai yang dihasilkan pada Provinsi Jawa Tengah berubah–ubah. Salah satu faktor penentu jumlah produksi kedelai tinggi adalah waktu tanamnya. Hal ini yang mendorong peneliti untuk mengetahui periode tanam yang optimal sehingga produksi kedelai dapat dimaksimalkan pada saat periode tersebut. Sebagaimana diketahui penelitian terkait pengamatan masa tanam telah dilakukan untuk penanaman padi (Dewi,dkk., 2013) dimana model fungsi tujuan merupakan model kuadratik. Untuk itu, pada penelitian ini juga digunakan model fungsi kuadratik.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Sebagaimana disebutkan pada penyusunan model fungsi kuadratik, perlu menentukan parameter yang ada pada fungsi kuadratik. Agar data dapat diolah dan dapat dianalisa dengan mudah, maka data perlu dibuat tak berdimensi. Hal ini dilakukan dengan membagi setiap variabel dengan maksimum dari nilai variabel tersebut. Selanjutnya data yang diperoleh dalam *x* dan *y* disubstitusikan yang berarti diperlukan menyelesaikan sistem persamaan linear (4.a). Dengan mensubstitusikan data dalam matriks *A* dan vektor kolom pada persamaan (4.c), maka diperoleh nilai parameter fungsi tujuan dan error yang ditunjukkan pada Tabel 1 serta grafik produktivitas kedelai menurut data aktual dan hasil pendekatan fungsi kuadratik setiap periode tanam pada Gambar 1.

Tabel 1. Nilai parameter, error untuk setiap periode tanam Kedelai

Parameter	Periode Tanam		
	Periode 1	Periode 2	Periode 3
α_1	34.7063	2.3225	10.8817
α_2	42.1267	0.0096	10.4063
α_3	-70.3693	-2.2947	-19.2168
α_4	3.9167	-2.7359	-1.0799
α_5	-14.1192	2.6750	-2.0905
α_6	4.4671	0.7757	1.8923
Error	28.11%	0,6%	23.11%



Periode 1 Periode 2 Periode 3

Gambar 1. Grafik produktivitas kedelai menurut data aktual (tidak berdimensi) dan hasil pendekatan (tidak berdimensi) sebagai fungsi kuadratik setiap periode tanam (kiri,tengah,kanan) dalam 15 tahun.

Jadi fungsi tujuan setiap periode tanamnya yaitu

$$S_I = -(34.7063x^2 + 42.1267y^2 - 70.3693xy + 3.9167x - 14.1192y + 4.471)$$

$$S_{II} = -(2.3225x^2 + 0.0096y^2 - 2.2947xy - 2.7359x + 2.6750y + 0.7757)$$

$$S_{III} = -(10.8817x^2 + 10.4063y^2 - 19.2168xy - 1.0799x - 2.0905y + 1.8923)$$

Selanjutnya, perlu dilakukan optimasi yaitu meminimalkan $S(x, y)$ dengan kendala yaitu:

$$x_{\min} \leq x \leq x_{\text{maks}}\,;\, x_{\min} \leq y \leq y_{\text{maks}}$$

Untuk itu perlu menyusun Pengali Lagrange sebagai berikut;

$$\begin{aligned} L(x, y, \lambda) = {} & -34.7063x^2 - 42.1267y^2 + 70.3693xy - 3.9167x + 14.1192y - 4.4671 \\ & + \lambda_1(x - x_{\text{maks}}) + \lambda_2(y - y_{\text{maks}}) \end{aligned} \tag{5.1}$$

$$\begin{aligned} L(x, y, \lambda) = {} & -2.3225x^2 - 0.0096y^2 + 2.2947xy + 2.7359x - 2.6750y - 0.7757 \\ & + \lambda_1(x - x_{\text{maks}}) - \lambda_2(y - y_{\text{maks}}) \end{aligned} \tag{5.2}$$

$$\begin{aligned} L(x, y, \lambda) = {} & -10.8817x^2 - 10.4063y^2 + 19.2168xy + 1.0799x + 2.0905y \\ & -1.8923 + \lambda_1(x - x_{\text{maks}}) + \lambda_2(y - y_{\text{maks}}) \end{aligned} \tag{5.3}$$

Berikut akan diselesaikan sistem persamaan pengali Lagrange secara manual dengan memenenuhi persyaratan Kuhn-Tucker untuk mencari nilai luas panen (x) , produksi (y), dan produktivitas (f). Kedelai optimal setiap periode ditunjukkan berikut ini.

Hasil untuk data Periode 1

Sebagaimana disebutkan pada metode penelitian, diperoleh fungsi Lagrange pada persamaan (5.1)-(5.3) dimana untuk mendapatkan nilai optimal maka diperlukan memenhi Persyaratan Kuhn-Tucker yaitu :

$$\frac{\partial L}{\partial x} = -69.4126x + 70.3693y - 3.9167 + \lambda_1 = 0 \quad (6.1)$$

$$\frac{\partial L}{\partial y} = -84.2534y + 70.3693x + 14.1192 + \lambda_2 = 0 \quad (6.2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_1} = x - 1 = 0 \quad (6.3)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_2} = y - 1 = 0 \quad (6.4)$$

Dari persamaan (6.3) dan persamaan (6.4) diperoleh x=1 dan y=1. Dengan mensubstitusikan x =1 dan y =1 ke persamaan (6.1) dan persamaan (6.2) diperoleh

$$\frac{\partial L}{\partial x} = -69.4126x + 70.3693y - 3.9167 + \lambda_1 = 0$$

$$\lambda_1 = 69.4126.(1) - 70.3693.(1) + 3.9167 = 2.96$$

dan

$$\frac{\partial L}{\partial y} = -84.2534y + 70.3693x + 14.1192 + \lambda_2 = 0$$

$$\lambda_2 = 84.2534.(1) - 70.3693.(1) - 14.1192 = -0.2351$$

Sehingga L diperoleh

$$L(x, y, \lambda) = -34.7063x^2 - 42.1267y^2 + 70.3693xy - 3.9167x + 14.1192y - 4.4671 + \lambda_1(x - x_{maks}) + \lambda_2(y - y_{maks})$$

$$L(x, y, \lambda) = -34.7063.(1)^2 - 42.1267.(1)^2 + 70.3693.(1).(1) - 3.9167.(1) + 14.1192.(1) - 4.4671 + 2.96(1-1) - 0.2351(1-1)$$

$$L(x, y, \lambda) = -0.7283$$

Hasil untuk data Periode 2

Dengan melakukan proses yang sama pada penjelasan di atas untuk data pada Periode 1, kita dapat menyusun persyaratan Kuhn-Tucker yang selanjutnya . Sehingga L diperoleh

$$L(x, y, \lambda) = -2.3225x^2 - 0.0096y^2 + 2.2947xy + 2.7359x - 2.6750y - 0.7757 + \lambda_1(x - x_{maks}) - \lambda_2(y - y_{maks})$$

$$L(x, y, \lambda) = -2.3225.(1)^2 - 0.0096.(1)^2 + 2.2947.(1).(1) + 2.7359.(1) - 2.6750.(1) - 0.7757 - 2.6803(1-1) + 0.3995(1-1)$$

$$L(x, y, \lambda) = -0.7522$$

Hasil untuk data Periode 3

Demikian pula pada periode 3, maka diperoleh Persyaratan Kuhn-Tucker . Sehingga *L* diperoleh

$$L(x,y,\lambda) = -10.8817x^2 - 10.4063y^2 + 19.2168xy + 1.0799x + 2.0905y$$
$$-1.8923 + \lambda_1(x - x_{maks}) + \lambda_2(y - y_{maks})$$
$$L(x,y,\lambda) = -10.8817.(1)^2 - 10.4063.(1)^2 + 19.2168.(1).(1) + 1.0799.(1)$$
$$+ 2.0905.(1) - 1.8923 + 1.4667(1-1) - 0.4947(1-1)$$
$$L(x,y,\lambda) = -0.7931.$$

Selanjutnya, diperoleh nilai optimal yang ditunjukkan pada Tabel 2.

Tabel 2. Nilai *x*,*y*, dan *f* optimal.

	Periode 1	Periode 2	Periode 3
*x**	1	1	1
*y**	1	1	1
*f**	-0.7283	-0.7522	-0.7931

Nilai *f** bernilai negatif menunjukkan bahwa hasil yang diperoleh adalah nilai maksimal. Sehingga berdasarkan hasil yang diperoleh, dapat disimpulkan bahwa periode 2 adalah waktu tanam optimal pada kedelai. Hal ini dibuktikan dari nilai error yang

SIMPULAN

Pada tulisan ini ditunjukkan proses pembelajaran pemodelan matematika fungsi kuadratik dalam 2 variabel. Adapun data sebagai contoh kasus adalah data penanaman kedelai di Jawa Tengah pada tahun 2000-2015 dimana variabel yang didefinisikan adalah luas panen (ha), produksi (ton) dan produktivitas(Ku/Ha) dimana produktivitas tergantung luas panen (*x*), produksi (*y*). Data dinyatakan dalam bentuk tak berdimensi. Dengan menyusun fungsi Lagrange dan menurunkan terhadap masing-masing variabel, solusi optimal dapat diperoleh. Solusi yang diperoleh adalah solusi kritis untuk variabel *x* dan *y* Untuk selanjutnya, dengan mensubstitusikan solusi tersebut dapat disimpulkan bahwa periode tanam ke-2 yang memberikan produksi optimal. Dengan hasil ini, pembelajaran dalam proses pemodelan dengan menggunakan fungsi kuadratik dua variabel dapat ditunjukkan dimana data real telah dimanfaatkan sebagai contoh kasus pemanfaatan model.

DAFTAR PUSTAKA

Baron, L.M. (2015,Februari). An Authentic Task That Models Quadratics Mathematics,Teaching In The Middle School Vol. 20, No. 6, 335.

Benning, I, Agyei, D.D., (2016). Effect Of Using Spreadsheet In Teaching Quadratic Functions On The Performance Of Senior High School Students, International Journal of Education, Learning and Development European Centre for Research Training and Development UK (www.eajournals.org) ISSN 2054-6297(Print), ISSN 2054-6300(Online). Vol.4, No.1, 11-29.

Blomhøj,M., Carreira,S., (2008). *Mathematical Applications And Modelling In The Teaching And Learning Of Mathematics*, Proceedings from Topic Study Group 21 at the 11th International Congress on Mathematical ducation in Monterrey, Mexico.

Bonotto, C., (2007). Explorative Study on Realistic Mathematical Modelling, *Mathematical Modelling Education*, Engineering and Economics–ICTMA, pp. 271–280, https://doi.org/10.1533/9780857099419.5.272

Dewi,V.P.,Parhusip,H.A., dan Linawati,L. (2013). *Analisis Hasil Panen Padi Menggunakan Pemodelan Kuadratik*, prosiding Seminar Nasional Matematika VII UNNES 26 Oktober ISBN 978-602-14724-7-7.

Hıdıroğlu ,C.N., Dede,A.T., Unver,S.K., Güzel.,E.B. (2017). Mathematics Student Teachers' Modelling Approaches While Solving the Designed Eşme Rug Problem, EURASIA *J. Math.*, Sci Tech. Ed.,13(3):873–892.https://doi.org/10.12973/eurasia.2017.00648a

Ningsih, S., (2014). Realistic Mathematics Education: Model Alternatif Pembelajaran Matematika Sekolah, *JPM IAIN Antasari* Vol. 01 No. 2 Jan-Juni 2014,73-94.

Parhusip,H.A. (2014). *Optimasi Taklinear* (*berdasarkan data-data penelitian,disertai program MATLAB 6.5*). Salatiga:Tiara Grafika.

Parent, J. S.S.,(2015). Understanding Of Quadratic Functions: Learning From Students' Voices *Dissertations* and *Theses* , University of Vermont ScholarWorks @ UVM Graduate College Dissertations and Theses 2015 Students' University of Vermo.

Saxena , R., Shrivastava , K., Bhardwaj., R., (2016). Teaching Mathematical Modeling in Mathematics Education, *Journal of Education and Practice* www.iiste.org ISSN 2222-1735 (Paper) ISSN 2222-288X (Online) Vol.7, No.11.

Rectanus, C. (2006). Coaching a middle school math team: Creating a collaborative learning community. In C. Felus & P. Snowdy (Eds.), The math coach field guide (pp 30-43). Sausalito, CA: Math Solutions.

Learning Realistic Modelling using Quadratic Function Two Variables

Hanna Arini Parhusip
Mathematics, Universitas Kristen Satya Wacana
hanna.parhusip@uksw.edu

ABSTRACT

This paper provides a modelling process using a quadratic function for two variables. The function is constructed based on data of soya bean production in Central Java in 2000-2015 where the planting periods are divided into 3 periods in one year. The purpose of this research is showing learning process in modeling of mathematics for students. The research method is done by introducing for a quadratic two variables function based on the given data,i..e. the data of soya been production from central Java in the year 2000-2015. The used variables are the planting area, the production area and the harvested area. The result of this research is the obtained model. The model is then optimized by constructing the Lagrangian function containing the quadratic function and its constraints. By differentiating the Lagrangian function manually, the critical solutions are obtained and these are checked the optimalities. In the process of analysis, the periods will be analyzed during the process of optimization.

Keywords: Quadratic Function, Lagrange Multiplier, Optimal Solution

Received June 10th, 2019
Revised July 09th, 2019
Accepted July 12th, 2019