

Analisis *Hypothetical Learning Trajectory* Siswa SMP Pada Materi Bilangan Bulat

Rosidah¹

Universitas Singaperbangsa Karawang, 2110631050028@student.unsika.ac.id

Hanifah Nurus Sopiany²

Universitas Singaperbangsa Karawang, hanifah.nurussofiany@fkip.unsika.ac.id

ABSTRAK

Penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan Hipotesis Lintasan Belajar atau biasa disebut dengan *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) siswa SMP pada materi bilangan bulat, terutama pada aspek operasi penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat. Metode penelitian ini bersifat deskriptif dengan pendekatan kualitatif. Dua siswa kelas VII di salah satu SMP Negeri di Kabupaten Karawang menjadi subjek dalam penelitian ini. Data dikumpulkan melalui tes, wawancara, observasi, dan dokumentasi. Data yang terkumpul kemudian dianalisis dengan menggunakan pendekatan analisis data model Miles dan Huberman. Proses ini melibatkan langkah-langkah seperti reduksi data, penyajian data, serta penarikan kesimpulan dan verifikasi. Hasil penelitian menunjukkan bahwa alur berpikir siswa tidak terlalu berbeda dengan Desain *Hypothetical Learning Trajectory* yang telah disusun oleh peneliti. Meskipun siswa mampu menyelesaikan soal dengan cukup baik, ternyata masih terdapat beberapa kesalahan saat dihadapkan pada operasi hitung bilangan bulat dengan tanda yang berbeda. Kesalahan ini disebabkan oleh kekeliruan siswa dalam memahami konsep operasi hitung bilangan bulat.

Kata kunci:

Hipotesis Lintasan Belajar, Bilangan Bulat, Operasi Hitung

Copyright © 2024 by the authors; licensee Department of Mathematics Education, University of Singaperbangsa Karawang. All rights reserved.

This is an open access article distributed under the terms of the CC BY-SA license. (<http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0>)

ABSTRACT

This research aims to describe the *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) of junior high school students in the subject of integers, particularly focusing on the aspects of addition and subtraction operations of integers. The research method employed is descriptive with a qualitative approach. Two seventh-grade students from one of the public junior high schools in Karawang Regency are the subjects of this study. Data were collected through tests, interviews, observations, and documentation. The collected data were then analyzed using the Miles and Huberman data analysis model, which involves steps such as data reduction, data presentation, conclusion drawing, and verification. The research findings indicate that students' thought processes are not significantly different from the designed *Hypothetical Learning Trajectory* developed by the researcher. Although students can solve problems quite well, there are still some errors when faced with integer arithmetic operations with different signs. These mistakes are attributed to the students' misunderstanding of the concept of integer arithmetic operations.

Key words:

Hypothetical Learning Trajectory, Whole Numbers, Counting Operations

Copyright © 2024 by the authors; licensee Department of Mathematics Education, University of Singaperbangsa Karawang. All rights reserved.

This is an open access article distributed under the terms of the CC BY-SA license. (<http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0>)

PENDAHULUAN

Matematika ialah suatu ilmu pengetahuan yang diajarkan pada setiap jenjang pendidikan dari mulai pendidikan anak usia dini hingga perguruan tinggi. Menurut Hendrik, Ekowati, & Samo (2020) Pembelajaran matematika saat ini mengharuskan peserta didik terlibat secara aktif, karena pengetahuan diperoleh melalui proses berpikir dan pengalaman belajar mereka, hal ini memungkinkan peserta didik untuk menjalin koneksi antara konsep atau materi yang diajarkan. Pendidik harus menyiapkan desain yang sesuai dalam pelaksanaan proses pembelajaran. Dalam menerapkan pembelajaran matematika, pendidik tidak dapat melakukannya tanpa persiapan, perlu mempersiapkan segala hal yang terkait dengan proses pembelajaran tersebut (Isnawan & Wicaksono., 2018). Pembelajaran yang efektif memerlukan persiapan atau desain proses pembelajaran yang optimal, sehingga peserta didik mampu dengan mudah memahami materi yang disampaikan.

Materi matematika terbagi ke dalam berbagai tingkatan, dimulai dari dasar dan kemudian berkembang menjadi materi yang lebih kompleks. Seiring dengan peningkatan level, kesulitannya juga meningkat. Dengan demikian, disarankan agar peserta didik menguasai matematika secara progresif. Proses bertahap ini memiliki kepentingan untuk memberikan panduan kepada peserta didik dalam pembelajaran dan membantu mereka meningkatkan kemampuan berpikir. Dalam pemahaman matematika, perlu memberikan perhatian khusus pada proses pembelajaran dan pola pikir yang dikenal sebagai lintasan belajar (*learning trajectory*) untuk mencapai tujuan yang diinginkan (Clements dan Sarama, 2012). Maka dari itu, saat merancang kegiatan pembelajaran, pendidik perlu memiliki hipotesis untuk mempertimbangkan respons dari peserta didik, dugaan ini dikenal sebagai *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT). Menurut Prasetia, Salwah, & Karmila (2020) mengungkapkan bahwa Hipotesis Lintasan Belajar (HLT) adalah perkiraan atau asumsi mengenai bagaimana pola pikir serta pemahaman peserta didik berkembang selama proses pembelajaran. HLT memberikan peluang bagi pendidik untuk menetapkan tujuan pembelajaran yang ingin dicapai, sehingga mereka dapat merancang strategi atau prosedur yang diperlukan guna mencapai tujuan pembelajaran yang diinginkan.

Pendidik memiliki kewajiban untuk merancang bahan pembelajaran yang diinginkan dapat mengatasi setiap kesulitan yang dimiliki oleh peserta didik dalam pembelajaran khususnya pembelajaran matematika. Ratnasari & Setiawan (2019) mengungkapkan kesulitan belajar dalam matematika memiliki ciri-ciri khusus yang membedakannya dari mata pelajaran lain, seperti kesulitan dalam mengidentifikasi angka, simbol-simbol matematika, dan kesulitan untuk mengingat prinsip-prinsip matematika. Materi dalam matematika yang sering menjadi tantangan bagi peserta didik dalam menyelesaikan soal adalah materi bilangan bulat. Pengetahuan mengenai bilangan bulat menjadi signifikan karena memiliki hubungan yang erat dengan situasi kehidupan sehari-hari. Meskipun demikian, terkadang peserta didik mengalami kesulitan, khususnya dalam mengoperasikan bilangan bulat, terutama pada bilangan negatif. Seperti hasil penelitian yang dilakukan oleh Ridwan & Hairun (2020) bahwa kesalahan yang ditemui oleh peserta didik dalam menyelesaikan soal matematika pada topik operasi hitung bilangan bulat melibatkan beberapa aspek, antara lain: 1) kesalahan fakta, seperti salah penulisan simbol dari kata-kata yang digunakan atau kelalaian menyertakan simbol bilangan saat menyelesaikan soal, 2) kesalahan konsep, mencakup keliru dalam mengklasifikasikan dan kurang pemahaman terhadap bagian-bagian dari suatu operasi bilangan serta kesalahan dalam menuliskannya, 3) kesalahan prinsip, yaitu penggunaan model matematika atau aturan yang kurang tepat dalam menyelesaikan soal.

Berdasarkan penelitian Fuadiah (2017) yang melibatkan 96 siswa kelas 7 SMP di Kota Palembang, disimpulkan bahwa sebanyak 74,9% peserta didik mengalami kesulitan

dalam mengoperasikan bilangan bulat. Contohnya, mereka menyatakan bahwa hasil operasi $(-5 + 6)$ adalah 11. Salah satu penyebab kesalahan tersebut muncul karena interpretasi yang mereka buat terkait konsep bahwa "hasil penjumlahan bilangan negatif dan bilangan positif adalah bilangan negatif". Formula tersebut adalah langkah-langkah dari operasi perkalian yang umumnya dijelaskan dalam buku matematika. Sebagai akibatnya, peserta didik cenderung mengartikan konsep tersebut ketika melakukan operasi penjumlahan pada bilangan negatif. Berdasarkan hasil wawancara peneliti dengan guru pengampu mata pelajaran matematika pada kelas VII-D di sekolah tersebut, bahwa peserta didik sering rancu dalam memaknai tanda minus (-) sebagai lambang bilangan negatif atau sebagai simbol operasi pengurangan. Konsep pengurangan yang melibatkan 'pengambilan' tidak diterapkan dengan baik oleh peserta didik ketika mereka menghadapi situasi ini $5 - (-3)$. Peserta didik mengalami kebingungan ketika memaknai 'mengambil -3' dan ketika $-(-3)$ diubah menjadi +3. Hal tersebut dikarenakan konsep bilangan negatif tidak terdefinisi dengan baik. Oleh karena itu, peserta didik perlu meningkatkan upaya mereka dalam memahami bilangan negatif (Blair., et, al. dalam Moanoang, 2021). Berdasarkan kesalahan-kesalahan yang dilakukan peserta didik tersebut, mengajar matematika tidak hanya sebatas memberikan materi dan tugas, tetapi juga memerlukan pola pikir atau lintasan belajar yang dapat mendukung peserta didik (Kusumawardani et al., 2018).

Berdasarkan uraian di atas, penulis tertarik untuk menganalisis *Hypothetical Learning Trajectory* Siswa SMP yang ada di wilayah Kabupaten Karawang pada materi Bilangan Bulat.

METODE

Penelitian ini merupakan jenis penelitian kualitatif dengan pendekatan deskriptif. Metode penelitian kualitatif, sebagaimana didefinisikan oleh Bogdan dan Taylor (Nugrahani, 2014), ialah langkah-langkah penelitian yang menghasilkan deskripsi data dalam bentuk tulisan berupa kata-kata, yang didapatkan dari observasi perilaku dan ungkapan lisan subjek yang sedang diamati. Pilihan metode ini sesuai dengan tujuan penelitian, yaitu untuk mendeskripsikan *Hypothetical Learning Trajectory* peserta didik pada materi bilangan bulat, terutama pada operasi penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat. Penelitian ini dilaksanakan di SMP Negeri di wilayah Kabupaten Karawang pada kelas VII-D semester ganjil tahun ajaran 2022/2023. Dua siswa kelas VII-D menjadi subjek dalam penelitian ini. Instrumen penelitian melibatkan tes tertulis berupa empat soal tentang operasi penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat. Data penelitian diperoleh melalui observasi dan wawancara dengan guru pengampu untuk memperoleh subjek penelitian, tes tertulis untuk mendapatkan informasi tentang HLT subjek penelitian, serta wawancara dan dokumentasi sebagai verifikasi dan data tambahan terkait HLT subjek penelitian. Data yang terkumpul akan dianalisis menggunakan teknik analisis data model Miles dan Huberman, yang mencakup langkah-langkah seperti reduksi data, penyajian data, serta penarikan kesimpulan dan verifikasi (Sugiyono., 2018).

Menurut Sholihah (2018) lintasan pembelajaran matematika terdiri dari tiga elemen utama: pertama, tujuan pembelajaran matematika yang hendak dicapai; kedua, tahapan perkembangan yang akan diperoleh peserta didik untuk mencapai tujuan tersebut; dan ketiga, serangkaian kegiatan pembelajaran yang sesuai dengan tingkat berpikir pada perkembangan tersebut, yang akan mendukung peserta didik dalam pengembangan proses berpikir mereka, bahkan hingga pada tahapan berpikir tingkat tinggi. Peneliti menggunakan konsep alur belajar yang didefinisikan oleh Chuang-Yih Chen, sebagaimana yang dikutip oleh Sholihah (2018) dalam skripsinya yang berjudul "Analisis Hipotesis Lintasan Belajar (*Hypothetical Learning Trajectory*) Dan Pemahaman Konsep Siswa Pada Materi Himpunan

Kelas VII MTsN Gandusari Tahun Ajaran 2017/2018". Alur belajar ini terdiri dari tujuan-tujuan belajar (*learning goals*), aktivitas belajar (*the learning activities*), dan proses belajar hipotetik (*hypothetical learning trajectory*). Desain HLT yang disusun oleh peneliti untuk menganalisis jawaban siswa dapat ditemukan dalam tabel berikut.

Tabel 1. Desain HLT

Tujuan Pembelajaran (Learning Goals)	Aktivitas Pembelajaran (Learning Activity)	Dugaan Alur Berpikir Siswa (Hypothetical Learning Process)	Bantuan Guru (Teacher Support)
Siswa dapat mengoperasikan bilangan positif dengan bilangan positif	Siswa menyelesaikan soal mengenai operasi penjumlahan antara bilangan bulat positif dengan bilangan bulat positif. Dalam hal ini yaitu soal nomor 1	Tipe 1 Siswa dapat mengoperasikan penjumlahan bilangan bulat positif dengan bilangan bulat positif dengan tepat dan benar tanpa adanya kesalahan penulisan dan perhitungan.	Tipe 1 Guru tidak diperlukan untuk memberikan bantuan, sebab siswa telah mampu menyelesaikan soal nomor 1 dengan baik.
		Tipe 2 Siswa dapat menyelesaikan operasi penjumlahan bilangan bulat positif dengan akurat dan tepat. Meskipun demikian, terdapat kekurangan dalam penulisan jawaban pada kasus ini.	Tipe 2 Guru hanya perlu memberikan pengingat tentang cara penulisan jawaban yang benar, karena pada umumnya siswa sudah memiliki pemahaman yang baik terhadap soal tersebut.
		Tipe 3 Siswa belum dapat menyelesaikan operasi penjumlahan bilangan bulat positif dengan akurat dan tepat sehingga terdapat kesalahan perhitungan.	Tipe 3 Guru memberi bantuan dengan mengingatkan cara mengoperasikan penjumlahan bilangan positif.
		Tipe 4 Siswa tidak memiliki pemahaman tentang operasi penjumlahan bilangan bulat positif sehingga tidak memberikan jawaban sama sekali pada soal tersebut.	Tipe 4 Guru memberikan bimbingan kepada peserta didik dalam memahami soal, sehingga siswa dapat melaksanakan operasi penjumlahan bilangan bulat positif.
Siswa dapat mengoperasikan penjumlahan bilangan negatif	Siswa menyelesaikan soal yang berkaitan dengan operasi penjumlahan antara bilangan bulat negatif dengan bilangan bulat	Tipe 1 Siswa mampu melakukan operasi penjumlahan antara bilangan bulat negatif dengan tepat dan benar tanpa terjadi kesalahan dalam penulisan dan perhitungan.	Tipe 1 Guru tidak diperlukan untuk memberikan bantuan, sebab siswa telah mampu menyelesaikan soal nomor 2 dengan baik.

	negatif. Dalam hal ini yaitu soal nomor 2		
--	---	--	--

Tujuan Pembelajaran (Learning Goals)	Aktivitas Pembelajaran (Learning Activity)	Dugaan Alur Berpikir Siswa (Hypothetical Learning Process)	Bantuan Guru (Teacher Support)
		Tipe 2 Siswa mampu melakukan operasi penjumlahan antara bilangan bulat negatif dengan tepat dan benar. Meskipun demikian, masih terdapat kekurangan dalam penulisan jawaban.	Tipe 2 Guru hanya perlu memberikan pengingat tentang cara penulisan jawaban yang benar, karena pada umumnya siswa sudah memiliki pemahaman yang baik terhadap soal tersebut.
		Tipe 3 Siswa belum dapat mengoperasikan bilangan bulat negatif dengan bilangan bulat negatif sehingga terdapat kesalahan perhitungan.	Tipe 3 Guru memberi bantuan dengan mengingatkan cara mengoperasikan penjumlahan bilangan negatif.
		Tipe 4 Siswa tidak memiliki pemahaman tentang operasi penjumlahan bilangan bulat negatif sehingga tidak memberikan jawaban sama sekali pada soal tersebut.	Tipe 4 Guru membantu siswa memahami soal sehingga siswa mampu mengoperasikan penjumlahan bilangan bulat negatif
Siswa dapat melakukan operasi penjumlahan antara bilangan negatif dengan bilangan positif.	Siswa mengerjakan soal tentang operasi penjumlahan antara bilangan bulat negatif dan bilangan bulat positif. Dalam hal ini yaitu soal nomor 3	Tipe 1 Siswa mampu melakukan operasi penjumlahan antara bilangan bulat negatif dan bilangan bulat positif dengan akurat dan benar tanpa terjadi kesalahan dalam penulisan dan perhitungan.	Tipe 1 Guru tidak diperlukan untuk memberikan bantuan, sebab siswa telah mampu menyelesaikan soal nomor 3 dengan baik.
		Tipe 2 Siswa mampu melakukan operasi penjumlahan antara bilangan bulat negatif dan bilangan bulat positif dengan tepat dan benar. Meskipun demikian, masih terdapat kekurangan dalam penulisan jawaban.	Tipe 2 Guru hanya perlu memberikan pengingat tentang cara penulisan jawaban yang benar, karena pada umumnya siswa sudah memiliki pemahaman yang baik terhadap soal tersebut.
		Tipe 3 Siswa belum dapat mengoperasikan bilangan bulat positif dengan bilangan bulat negatif,	Tipe 3 Guru memberi bantuan dengan mengingatkan cara mengoperasikan penjumlahan bilangan

		siswa kebingungan dengan simbol “+” dan “-“, sehingga terdapat kesalahan penulisan dan perhitungan.	positif dan bilangan negatif.
Tujuan Pembelajaran (<i>Learning Goals</i>)	Aktivitas Pembelajaran (<i>Learning Activity</i>)	Dugaan Alur Berpikir Siswa (<i>Hypothetical Learning Process</i>)	Bantuan Guru (<i>Teacher Support</i>)
		Tipe 4 Siswa tidak memahami operasi penjumlahan bilangan bulat positif dan negatif, sehingga tidak menjawab soal sama sekali	Tipe 4 Guru membantu siswa memahami soal sehingga siswa dapat mengoperasikan penjumlahan bilangan bulat negatif dan bilangan bulat positif
Siswa dapat mengubah operasi pengurangan menjadi penjumlahan	Siswa mengerjakan soal mengenai operasi pengurangan bilangan bulat yang di ubah menjadi operasi penjumlahan. Dalam hal ini yaitu soal nomor 4	Tipe 1 Siswa dapat merubah operasi pengurangan menjadi operasi penjumlahan bilangan bulat dengan tepat. Selanjutnya siswa menghitung hasilnya dengan tepat dan benar tanpa adanya kesalahan perhitungan dan penulisan.	Tipe 1 Guru tidak diperlukan untuk memberikan bantuan, sebab siswa telah mampu menyelesaikan soal nomor 4 dengan baik.
		Tipe 2 Siswa dapat merubah operasi pengurangan menjadi operasi penjumlahan bilangan bulat dengan tepat. Selanjutnya siswa menghitung hasilnya dengan tepat dan benar. Meskipun demikian, masih terdapat kekurangan dalam penulisan jawaban.	Tipe 2 Guru hanya perlu memberikan pengingat tentang cara penulisan jawaban yang benar, karena pada umumnya siswa sudah memiliki pemahaman yang baik terhadap soal tersebut.
		Tipe 3 Siswa dapat merubah operasi pengurangan menjadi operasi penjumlahan bilangan bulat dengan tepat. Namun siswa belum dapat menghitung hasilnya dengan tepat dan benar, sehingga terdapat kesalahan perhitungan dan penulisan jawaban.	Tipe 3 Guru memberi bantuan dengan mengingatkan kembali cara mengoperasikan penjumlahan bilangan bulat positif dengan bilangan bulat negatif.

Tujuan Pembelajaran (<i>Learning Goals</i>)	Aktivitas Pembelajaran (<i>Learning Activity</i>)	Dugaan Alur Berpikir Siswa (<i>Hypothetical Learning Process</i>)	Bantuan Guru (<i>Teacher Support</i>)
		Tipe 4 Siswa belum dapat merubah operasi pengurangan menjadi operasi penjumlahan bilangan bulat dengan tepat. Ketika merubahnya terdapat kesalahan penulisan antara simbol positif dan negatif, sehingga hasil yang diperoleh tidak tepat.	Tipe 4 Guru memberi bantuan kepada siswa dengan menjelaskan cara merubah operasi pengurangan menjadi penjumlahan. Sehingga, siswa mampu dalam menyelesaikan soal dengan benar dan tepat.
		Tipe 5 Siswa tidak memahami operasi pengurangan bilangan bulat yang diubah menjadi operasi penjumlahan, sehingga tidak memberikan jawaban sama sekali pada soal tersebut.	Tipe 5 Guru membantu siswa memahami soal sehingga siswa dapat mengoperasikan penjumlahan bilangan bulat negatif dan bilangan bulat positif

Dalam penelitian ini, *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) atau dugaan lintasan belajar difokuskan pada subjek S-1 dan S-2. Jawaban yang diberikan oleh kedua subjek tersebut akan menjadi objek analisis untuk memeriksa sejauh mana hipotesis lintasan belajar terbukti. Dalam hal ini, jawaban subjek akan dianalisis dan dibandingkan dengan HLT yang telah disusun oleh peneliti.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Analisis *Hypothetical Learning Trajectory* Subjek S-1

Soal nomor 1

Untuk soal nomor 1, siswa diminta untuk melakukan perhitungan dalam operasi penjumlahan bilangan positif. Dalam hal ini, S-1 telah berhasil menyelesaikan soal nomor 1 dengan benar dan akurat. Berikut adalah jawaban yang dicatat oleh S-1 untuk soal nomor 1.

① a. $(+23) + (+25) = 23 + 25 = +48$.
b. $(+12) + (+8) = 12 + 8 = +20$.

Gambar 1. Jawaban untuk soal nomor 1 dari subjek S-1

S-1 dapat memahami penjumlahan bilangan bulat positif, sehingga mengerjakan soal nomor 1 dengan benar dan akurat. Langkah pertama yang dilakukan oleh subjek yaitu menuliskan kembali bilangan positif dengan menghilangkan tanda '+' kemudian menghitungnya dan menjawabnya dengan tepat. Dari jawaban S-1, S-1 tidak mengalami kesulitan dalam menyelesaikan soal nomor 1. Jika di analisis hipotesis lintasan belajarnya, hasil jawaban S-1 sesuai dengan dugaan alur berpikir siswa pada tipe 1. S-1 dapat mengoperasikan penjumlahan bilangan bulat positif dengan bilangan bulat positif secara tepat dan benar tanpa adanya kesalahan penulisan dan perhitungan. Dalam hal ini guru tidak perlu memberi bantuan karena siswa sudah dapat menyelesaikan soal nomor 1 dengan baik.

Soal nomor 2

Untuk soal nomor 2 siswa diminta untuk mengoperasikan penjumlahan bilangan negatif. Dalam hal ini, S-1 sudah menjawab soal dengan benar, namun pada proses terdapat sedikit kesalahan penulisan yaitu menghilangkan tanda ‘-‘ yang seharusnya dituliskan “-(6 + 12)” akan tetapi siswa hanya menuliskan “6 + 12”. Berikut adalah jawaban yang dicatat oleh S-1 untuk soal nomor 2.

② a. $(-6) + (-12) = 6 + 12 = -18$
 b. $(-4) + (-23) = 4 + 23 = -27$

$$\begin{array}{r} 6 \\ + 12 \\ \hline 18 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ + 23 \\ \hline 27 \end{array}$$

Gambar 2. Jawaban untuk soal nomor 2 dari subjek S-1

S-1 dapat memahami penjumlahan bilangan bulat negatif, yaitu jika dua bilangan negatif yang dijumlahkan maka akan menghasilkan bilangan negatif juga. Langkah pertama yang dilakukan S-1 yaitu melakukan operasi penjumlahan bersusun, selanjutnya menuliskan jawabannya. Dari jawaban S-1, S-1 tidak mengalami kesulitan dalam mengerjakan soal nomor 2, namun terdapat kesalahan penulisan pada langkah kedua tetapi untuk jawabannya sudah benar. Berdasarkan hasil wawancara, hal tersebut dikarenakan S-1 tidak tahu jika harus tetap dituliskan tanda ‘-‘ apabila ingin menuliskan langkah yang kedua. Jika di analisis hipotesis lintasan belajarnya, hasil jawaban S-1 pada soal nomor 2 sesuai dengan dugaan alur berpikir siswa pada tipe 2. S-1 mampu melakukan penjumlahan bilangan bulat negatif dengan bilangan bulat negatif secara akurat. Meskipun begitu, terdapat beberapa kekurangan dalam penulisan jawaban. Dalam konteks ini, guru hanya perlu memberikan pengingat untuk penulisan yang benar.

Soal nomor 3

Untuk soal nomor 3 siswa diminta untuk mengoperasikan penjumlahan bilangan negatif dengan bilangan positif. Dalam hal ini, S-1 tidak dapat menjawab soal dengan benar dan tepat. Berikut adalah jawaban yang dicatat oleh S-1 untuk soal nomor 3.

③ a. $(-34) + (+10) = 34 + 10 = -44$
 b. $(-5) + (+13) = 5 + 13 = -18$
 c. $(-5) + (+13) = 13 - 5 = +8$

$$\begin{array}{r} 34 \\ + 10 \\ \hline 44 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ + 13 \\ \hline 18 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 13 \\ - 5 \\ \hline 8 \end{array}$$

Gambar 3. Jawaban untuk soal nomor 3 dari subjek S-1

S-1 belum memahami cara menjumlahkan bilangan negatif dan bilangan positif. Berdasarkan hasil wawancara, S-1 mengira cara mengerjakannya sama seperti soal nomor 2. S-1 menjumlahkan bilangan tanpa memperhatikan tandanya, sehingga terdapat kesalahan dalam perhitungan. Setelah mendapatkan petunjuk mengenai cara melakukan penjumlahan antara bilangan negatif dan bilangan positif, S-1 mencoba untuk menghitung kembali soal pada bagian b, dan hasilnya benar. Jika di analisis hipotesis lintasan belajarnya, hasil jawaban S-1 pada soal nomor 3 sesuai dengan dugaan alur berpikir siswa pada tipe 3. S-1 belum dapat mengoperasikan bilangan bulat positif dengan bilangan bulat negatif, S-1 kebingungan dengan simbol “+” dan “-“, sehingga terdapat kesalahan penulisan dan perhitungan. Dalam hal ini guru memberi bantuan dengan mengingatkan cara mengoperasikan penjumlahan bilangan positif dan bilangan negatif.

Soal nomor 4

Untuk soal nomor 4 siswa diminta untuk mengubah operasi pengurangan bilangan bulat menjadi penjumlahan. Dalam hal ini, S-1 sudah tepat mengubah operasi pengurangan menjadi penjumlahan, namun masih terdapat kesalahan perhitungan. Berikut adalah jawaban yang dicatat oleh S-1 untuk soal nomor 4.

4. a. $(+5) - (+2) = (+5) + (-2) = +3$
 b. $(+3) - (-8) = (+3) + (+8) = +11$
 c. $(-15) - (+10) = (-15) + (-10) = -5$
 d. $(-7) - (-7) = (-7) + (+7) = -14$

Gambar 4. Jawaban untuk soal nomor 4 dari subjek S-1

S-1 sudah tepat dalam mengubah operasi hitung. Namun dalam menghitung hasilnya, S-1 masih kurang teliti padahal soal tersebut mencakup dari soal 1-3, sehingga menyebabkan kesalahan perhitungan dalam jawaban. Hal ini sejalan dengan pendapat Badriyah, As'ari, dan Susanto (2016) yang mengungkapkan bahwa kesalahan yang dilakukan siswa dalam menyelesaikan soal operasi hitung bilangan bulat adalah kurang teliti dalam menyusun solusi. Jika di analisis hipotesis lintasan belajarnya, hasil jawaban S-1 pada soal nomor 4 sesuai dengan dugaan alur berpikir siswa pada tipe 3. S-1 dapat merubah operasi pengurangan menjadi operasi penjumlahan bilangan bulat dengan tepat. Namun S-1 belum dapat menghitung hasilnya dengan tepat dan benar, sehingga terdapat kesalahan perhitungan dan penulisan jawaban. Dalam hal ini guru memberi bantuan dengan mengingatkan kembali cara mengoperasikan penjumlahan bilangan positif dan bilangan negatif. Adapun gambaran mengenai HLT subjek S-1 disajikan dalam tabel berikut.

Tabel 2. Hypothetical Learning Trajectory S-1

Tujuan Pembelajaran (<i>Learning Goals</i>)	Aktivitas Pembelajaran (<i>Learning Activity</i>)	Dugaan Alur Berpikir Siswa (<i>Hypothetical Learning Process</i>)	Bantuan Guru (<i>Teacher Support</i>)
Siswa dapat mengoperasikan bilangan positif dengan bilangan positif	Siswa menyelesaikan soal mengenai operasi penjumlahan antara bilangan bulat positif dengan bilangan bulat positif. Dalam hal ini yaitu soal nomor 1	Tipe 1 Siswa dapat mengoperasikan penjumlahan bilangan bulat positif dengan bilangan bulat positif dengan tepat dan benar tanpa adanya kesalahan penulisan dan perhitungan.	Tipe 1 Guru tidak diperlukan untuk memberikan bantuan, sebab siswa telah mampu menyelesaikan soal nomor 1 dengan baik.
Siswa dapat mengoperasikan penjumlahan bilangan negatif	Siswa menyelesaikan soal yang berkaitan dengan operasi penjumlahan antara bilangan bulat negatif dengan bilangan bulat negatif. Dalam hal ini yaitu soal nomor 2.	Tipe 2 Siswa mampu melakukan operasi penjumlahan antara bilangan bulat negatif dengan tepat dan benar. Meskipun demikian, masih terdapat kekurangan dalam penulisan jawaban.	Tipe 2 Guru hanya perlu memberikan pengingat tentang cara penulisan jawaban yang benar, karena pada umumnya siswa sudah memiliki pemahaman yang baik terhadap soal tersebut.
Siswa dapat melakukan operasi penjumlahan	Siswa mengerjakan soal tentang operasi penjumlahan antara bilangan bulat negatif	Tipe 3 Siswa belum dapat mengoperasikan bilangan bulat positif dengan bilangan	Tipe 3 Guru memberi bantuan dengan mengingatkan cara

antara bilangan negatif dengan bilangan positif.	dan bilangan bulat positif. Dalam hal ini yaitu soal nomor 3.	bulat negatif, siswa kebingungan dengan simbol “+” dan “-“, sehingga terdapat kesalahan penulisan dan perhitungan.	mengoperasikan penjumlahan bilangan positif dan bilangan negatif.
--	---	--	---

Tujuan Pembelajaran (Learning Goals)	Aktivitas Pembelajaran (Learning Activity)	Dugaan Alur Berpikir Siswa (Hypothetical Learning Process)	Bantuan Guru (Teacher Support)
Siswa dapat mengubah operasi pengurangan menjadi penjumlahan	Siswa mengerjakan soal mengenai operasi pengurangan bilangan bulat yang di ubah menjadi operasi penjumlahan. Dalam hal ini yaitu soal nomor 4	Tipe 3 Siswa dapat merubah operasi pengurangan menjadi operasi penjumlahan bilangan bulat dengan tepat. Namun siswa belum dapat menghitung hasilnya dengan tepat dan benar, sehingga terdapat kesalahan perhitungan dan penulisan jawaban.	Tipe 3 Guru memberi bantuan dengan mengingatkan kembali cara mengoperasikan penjumlahan bilangan bulat positif dengan bilangan bulat negatif.

Analisis Hypothetical Learning Trajectory Subjek S-2

Soal nomor 1

Pada soal nomor 1, siswa diminta untuk melakukan perhitungan dalam operasi penjumlahan bilangan positif. Dalam hal ini, S-2 telah berhasil menyelesaikan soal nomor 1 dengan benar dan akurat. Berikut adalah jawaban yang dicatat oleh S-2 untuk soal nomor 1.

$$1. \begin{array}{l} a \ (+23) + (+25) = 48 \\ b \ (+12) + (+8) = 20 \end{array}$$

Gambar 5. Jawaban untuk soal nomor 1 dari subjek S-2

Berbeda dengan S-1, S-2 dalam mengerjakan soal nomor 1 langsung menuliskan jawabannya dan tanpa menuliskan tanda ‘+’. Namun hal tersebut tidak masalah karena hasilnya sama-sama bilangan positif. Sehingga analisis hipotesis lintasan belajar subjek S-2 sama seperti subjek S-1.

Soal nomor 2

Untuk soal nomor 2 siswa diminta untuk mengoperasikan penjumlahan bilangan negatif. Dalam hal ini, S-2 sudah menjawab soal dengan benar. Berikut adalah jawaban yang dicatat oleh S-2 untuk soal nomor 2.

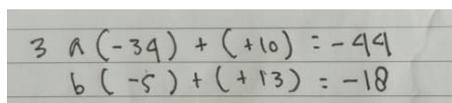
$$2. \begin{array}{l} a \ (-6) + (-12) = -18 \\ b \ (-9) + (-23) = -27 \end{array}$$

Gambar 6. Jawaban untuk soal nomor 2 dari subjek S-2

S-2 dapat memahami penjumlahan bilangan negatif. Dari jawaban S-2, S-2 tidak mengalami kesulitan dalam mengerjakan soal nomor 2. Jika di analisis hipotesis lintasan belajarnya, hasil jawaban S-2 pada soal nomor 2 sesuai dengan dugaan alur berpikir siswa pada tipe 1. S-2 dapat mengoperasikan penjumlahan bilangan bulat negatif dengan bilangan bulat negatif secara tepat dan benar tanpa adanya kesalahan penulisan dan perhitungan. Dalam hal ini guru tidak perlu memberikan bantuan.

Soal nomor 3

Untuk soal nomor 3 siswa diminta untuk mengoperasikan penjumlahan bilangan negatif dan bilangan positif. Dalam hal ini, S-2 tidak dapat menjawab soal dengan tepat dan benar. Berikut adalah jawaban yang dicatat oleh S-2 untuk soal nomor 3.



$$3 \ a \ (-34) + (+10) = -94$$

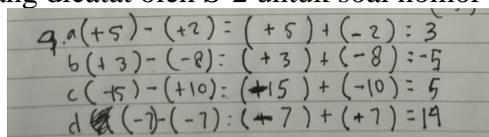
$$b \ (-5) + (+13) = -18$$

Gambar 7. Jawaban untuk soal nomor 3 dari subjek S-2

Sama seperti S-1, S-2 juga belum memahami cara menjumlahkan bilangan dengan tanda yang berbeda. Berdasarkan hasil wawancara, hal tersebut dikarenakan siswa menjumlahkannya tanpa memperhatikan tanda, sehingga terdapat kesalahan dalam perhitungan. Jika di analisis hipotesis lintasan belajarnya, sama seperti subjek S-1 yaitu sesuai dengan dugaan alur berpikir siswa pada tipe 3.

Soal nomor 4

Untuk soal nomor 4 siswa diminta untuk mengubah operasi pengurangan bilangan bulat menjadi penjumlahan. Dalam hal ini, S-2 tidak dapat menjawab soal dengan benar. Berikut adalah jawaban yang dicatat oleh S-2 untuk soal nomor 4.



$$a \ (+5) - (+2) = (+5) + (-2) = 3$$

$$b \ (+3) - (-8) = (+3) + (-8) = -5$$

$$c \ (-5) - (+10) = (+5) + (-10) = 5$$

$$d \ (-7) - (-7) = (+7) + (+7) = 14$$

Gambar 8. Jawaban untuk soal nomor 4 dari subjek S-2

S-1 belum dapat merubah operasi hitung dengan tepat. Selanjutnya dalam menghitung jawaban, S-2 masih kurang teliti. Sehingga jawaban S-2 pada soal nomor 4 kurang tepat. Jika di analisis hipotesis lintasan belajarnya, hasil jawaban S-2 pada soal nomor 4 sesuai dengan dugaan alur berpikir siswa pada tipe 4. S-1 belum dapat merubah operasi pengurangan menjadi operasi penjumlahan bilangan bulat dengan tepat. Ketika merubahnya terdapat kesalahan penulisan antara simbol positif dan negatif, sehingga hasil yang diperoleh tidak tepat. Dalam hal ini, Guru memberi bantuan kepada siswa dengan menjelaskan cara merubah operasi pengurangan menjadi penjumlahan. Sehingga siswa dapat menyelesaikan soal dengan benar dan tepat. Adapun gambaran mengenai HLT subjek S-2 disajikan dalam tabel berikut.

Tabel 3. Hypothetical Learning Trajectory S-2

Tujuan Pembelajaran (<i>Learning Goals</i>)	Aktivitas Pembelajaran (<i>Learning Activity</i>)	Dugaan Alur Berpikir Siswa (<i>Hypothetical Learning Process</i>)	Bantuan Guru (<i>Teacher Support</i>)
Siswa dapat mengoperasikan bilangan positif dengan bilangan positif	Siswa menyelesaikan soal mengenai operasi penjumlahan antara bilangan bulat positif dengan bilangan bulat positif. Dalam hal ini yaitu soal nomor 1	Tipe 1 Siswa dapat mengoperasikan penjumlahan bilangan bulat positif dengan bilangan bulat positif dengan tepat dan benar tanpa adanya kesalahan penulisan dan perhitungan.	Tipe 1 Guru tidak diperlukan untuk memberikan bantuan, sebab siswa telah mampu menyelesaikan soal nomor 1 dengan baik.
Siswa dapat mengoperasikan penjumlahan bilangan negatif	Siswa menyelesaikan soal yang berkaitan dengan operasi penjumlahan antara bilangan bulat negatif dengan bilangan bulat negatif. Dalam hal ini yaitu soal nomor 2.	Tipe 1 Siswa mampu melakukan operasi penjumlahan antara bilangan bulat negatif dengan tepat dan benar tanpa terjadi kesalahan dalam penulisan dan perhitungan.	Tipe 1 Guru tidak diperlukan untuk memberikan bantuan, sebab siswa telah mampu menyelesaikan soal nomor 2 dengan baik.

Tujuan Pembelajaran (Learning Goals)	Aktivitas Pembelajaran (Learning Activity)	Dugaan Alur Berpikir Siswa (Hypothetical Learning Process)	Bantuan Guru (Teacher Support)
Siswa dapat mengubah operasi pengurangan menjadi penjumlahan	Siswa mengerjakan soal mengenai operasi pengurangan bilangan bulat yang di ubah menjadi operasi penjumlahan. Dalam hal ini yaitu soal nomor 4	Tipe 4 Siswa belum dapat merubah operasi pengurangan menjadi operasi penjumlahan bilangan bulat dengan tepat. Ketika merubahnya terdapat kesalahan penulisan antara simbol positif dan negatif, sehingga hasil yang diperoleh tidak tepat.	Tipe 4 Guru memberi bantuan kepada siswa dengan menjelaskan cara merubah operasi pengurangan menjadi penjumlahan. Sehingga, siswa mampu dalam menyelesaikan soal dengan benar dan tepat.
Siswa dapat melakukan operasi penjumlahan antara bilangan negatif dengan bilangan positif.	Siswa mengerjakan soal tentang operasi penjumlahan antara bilangan bulat negatif dan bilangan bulat positif. Dalam hal ini yaitu soal nomor 3.	Tipe 3 Siswa belum dapat mengoperasikan bilangan bulat positif dengan bilangan bulat negatif, siswa kebingungan dengan simbol “+” dan “-“, sehingga terdapat kesalahan penulisan dan perhitungan.	Tipe 3 Guru memberi bantuan dengan mengingatkan cara mengoperasikan penjumlahan bilangan positif dan bilangan negatif.

SIMPULAN

Hipotesis lintasan belajar, yang dikenal sebagai *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT), ternyata sangat krusial untuk mengatasi hambatan yang mungkin dihadapi oleh peserta didik dalam pembelajaran matematika. Hal ini karena lintasan belajar setiap peserta didik dapat memprediksi tindakan dan penyelesaian yang akan mereka lakukan. Berdasarkan analisis dan pembahasan yang telah dilakukan, dapat disimpulkan bahwa hipotesis lintasan belajar siswa SMP pada materi bilangan bulat tidak secara signifikan berbeda dengan HLT yang disusun oleh peneliti. Alur berpikir subjek S-1 dalam materi penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat menunjukkan pemahaman tentang penjumlahan bilangan positif dan negatif, meskipun masih ada kesalahan dalam penulisan. Namun, ketika dihadapkan pada penjumlahan bilangan dengan tanda yang berbeda, subjek mengalami kebingungan. Hasil HLT S-1 menunjukkan tipe 1 untuk soal nomor 1, tipe 2 untuk soal nomor 2, dan tipe 3 untuk soal nomor 3 dan 4. Alur berpikir subjek S-2 hampir serupa dengan S-1, meskipun S-2 mampu memahami dan menyelesaikan soal penjumlahan bilangan negatif tanpa kesalahan penulisan. Namun, terdapat kesalahan saat menghadapi penjumlahan bilangan dengan tanda yang berbeda dan mengubah operasi pengurangan menjadi penjumlahan. Hasil HLT S-2 menunjukkan tipe 1 untuk soal nomor 1 dan 2, tipe 3 untuk soal nomor 3, dan tipe 4 untuk soal nomor 4.

DAFTAR PUSTAKA

- Badriyah, L., As'ari, A. R., & Susanto, H. (2016). Profil kesalahan siswa smp dalam menyelesaikan operasi hitung bilangan bulat. In *Seminar Matematika Dan Pembelajarannya. Malang: Universitas Negeri Malang.*
- Clements, D. H., & Sarama, J. (2012). Learning trajectories in mathematics education. In *Hypothetical Learning Trajectories* (pp. 81-90). Routledge.
- Fuadiah, N. F. (2017). Hypothetical Learning Trajectory Pada Pembelajaran Bilangan Negatif Berdasarkan Teori Situasi Didaktis Di Sekolah Menengah. *Mosharafa*, 6(1), 13-24.
- Hendrik, A.I., Ekowati, Ch. K., & Samo, D.D. (2020). Kajian Hypothetical Learning Trajectories Dalam Pembelajaran Matematika Di Tingkat SMP. *Jurnal Matematika dan Pendidikan Matematika*, 1(1), 1-11.
- Isnawan, M., & Wicaksono, A. B. (2018). Model desain pembelajaran matematika. *Indonesian Journal of Mathematics Education*, 1(1), 47-52.
- Kusumawardani, D. R., Wardono, W., & Kartono, K. (2018). Pentingnya Penalaran Matematika Dalam Meningkatkan Kemampuan Literasi Matematika. *PRISMA, Prosiding Seminar Nasional Matematika*, 1(1), 588-595.
- Moanoang, C., & Arsyad, N. Nasrullah. (2021) . Desain Pembelajaran Matematika Berbasis Hypothetical Learning Trajectory (HLT) Pada Materi Operasi Bilangan Bulat Siswa Kelas VII SMP Bunda Kasih Sudiang. *Jurnal issues in mathematics Education*, 5(2).
- Nugrahani, F., & Hum, M. (2014). Metode penelitian kualitatif. *Solo: Cakra Books*, 1(1), 3-4.
- Prasetya, A. S., Salwah, S., & Karmila, K. (2020). Hypothetical Learning Trajectory Peserta Didik Kelas X SMA Negeri 2 Palopo pada Materi Trigonometri Melalui Model Pembelajaran Kooperatif Tipe Group Investigation. *Pedagogy: Jurnal Pendidikan Matematika*, 5(2), 145-160.
- Ratnasari, S., & Setiawan, W. (2019). Analisis kesulitan belajar siswa pada materi himpunan. *Journal On Education*, 1(2), 473-479.
- Ridwan, R., & Hairun, Y. (2020). Analisis Kesalahan Siswa Dalam Menyelesaikan Soal Matematika Pada Materi Operasi Hitung Bilangan Bulat. *SAINTIFIK@: Jurnal Pendidikan MIPA*, 5(1), 46-52.
- Sholihah, L. H. (2018). Analisis Hipotesis Lintasan Belajar (*Hypothetical Learning Trajectory*) Dan Pemahaman Konsep Siswa Pada Materi Himpunan Kelas VII MTsN Gandusari Tahun Ajaran 2017/2018. *Skripsi*. Institut Agama Islam Negeri Tulungagung
- Sugiyono, S. (2018). Metode Penelitian Pendidikan Pendekatan Kualitatif, Kuantitatif dan R & D. *Alfabeta, Bandung.*