ISSN : 2722-6379

Miskonsepsi pada Matriks

Hendra Kartika
Program Studi Pendidikan Matematika, Universitas Singaperbangsa Karawang
E-mail: hendra.kartika@staff.unsika.ac.id

Abstrak

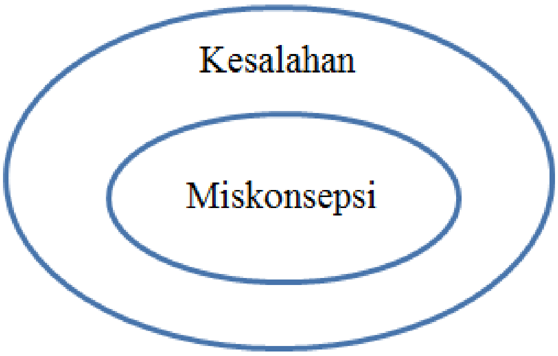
Artikel ini mengkaji miskonsepsi pada matriks berdasarkan kajian literatur dari artikel yang diterbitkan pada jurnal internasional maupun nasional sepuluh tahun terakhir. Metode yang digunakan adalah *narrative review* dengan mendeskripsikan hasil penelitian terdahulu. Sampel penelitiannya adalah mahasiswa pendidikan fisika di Indonesia, mahasiswa matematika di Turki, dan Guru matematika di Zimbabwe. Hasil menunjukkan bahwa terdapat miskonsepsi pada mahasiswa terkait materi pengkuadratan matriks, indentitas matriks, dan ketika pemecahan masalah matriks dan determinan matriks. Hasil juga menunjukkan bahwa lebih dari separuh guru yang mempelajari topik matriks kesulitan menemukan determinan dari invers matriks, transposisi matriks, dan penerapan sifat determinan. Hasil ini juga memberikan gambaran perlu adanya upaya untuk mencegah ataupun mengurangi miskonsepsi siswa dengan strategi pembelajaran berbasis riset.

Kata kunci: Miskonsepsi, matriks, *narrative review*

Pendahuluan

Miskonsepsi merupakan konsep atau konsepsi yang salah dari seseorang yang dianganggapnya sebagai kebenaran dan menggunakannya sebagai kebiasaan (Özkan, 2011). Miskonsepsi merupakan karakteristik dari fase awal pembelajaran karena pengetahuan yang dimiliki siswa tidak memadai dan hanya mendukung pemahaman parsial (Smith et al., 1993). Miskonsepsi ini muncul dari hasil olah pikir, intuisi atau interpretasi yang keliru dari suatu aturan yang dijadikan sebagai pembenaran dan menerapkannya dalam menyelesaikan suatu permasalahan.

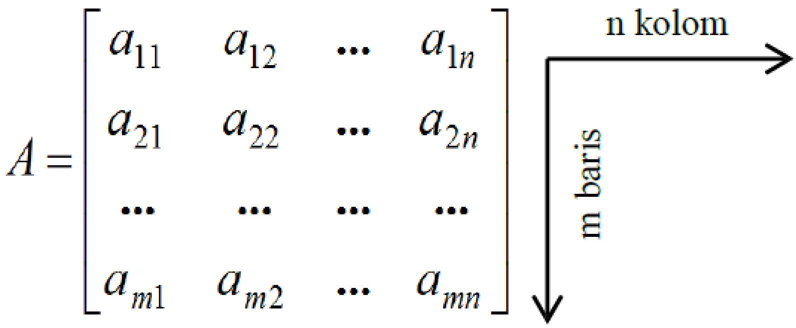
Selain itu, Menurut Luneta dan Makonye (2010) kesalahan dan miskonsepsi mungkin berhubungan tetapi keduanya berbeda. Miskonsepsi menunjukkan kesalahan dari pekerjaan siswa sedangkan kesalahan adalah gejala miskonsepsi yang dimiliki siswa (Luneta, 2015). Dengan kata lain, kesalahan adalah hasil dari miskonsepsi, atau miskonsepsi adalah jenis persepsi yang secara sistematis menghasilkan kesalahan (Smith, Disessa & Roschelle, 1993). Sehingga, miskonsepsi ini merupakan bagian dari kesalahan, tetapi tidak semua kesalahan bersumber dari miskonsepsi. Jika diilustrasikan, hubungan antara miskonsepsi dengan kesalahan seperti pada Gambar 1 berikut ini.



Gambar 1. Hubungan antara miskonsepsi dengan kesalahan

Miskonsepsi yang dimiliki siswa seharusnya tidak dianggap sebagai kegagalan dalam belajar mereka (Karadeniz et al., 2017). Oleh sebab itu, lebih penting bahwa guru fokus pada menelaah miskonsepsi yang merupakan sumber kesalahan dalam belajar (Eryilmaz, 2002).

Matriks didefinisikan sebagai susunan persegi empat dari bilangan atau skalar yang terurut secara baris ataupun kolom (Kartika, 2017). Sebagai ilustrasi, misal A adalah matriks. Maka matriks A dapat dituliskan sebagai berikut:



Gambar 2. Bentuk matriks umum

Metode

Artikel ini menggunakan metode *narrative review*. *Narrative review* merupakan salah satu metode kajian literatur yang mendeskripsikan gambaran umum hasil penelitian atau pemikiran orang lain yang dituangkan melalui tulisan, baik buku, artikel ilmiah, ataupun sumber yang lainnya. Topik yang dikaji adalah miskonsepsi pada matriks. Terdapat empat artikel yang dikaji seperti pada Tabel 1 berikut.

Tabel. Daftar literatur yang dikaji

No.	Penulis	Penerbit	Tahun Terbit
1.	Aygor & Ozdag	*Procedia Social and Behavioural Sciences*	2012
2.	Suastika, Jhoni, & Utami	*Prosiding Seminar Nasional Fisika*, Jurusan Fisika, Fakultas MIPA, Universitas Negeri Jakarta	2015
3.	Kazunga & Bansilal	*ICME-13 Monographs*	2018
4.	Kartika	Journal of Physics: Conference Series	2018

Hasil dan Pembahasan

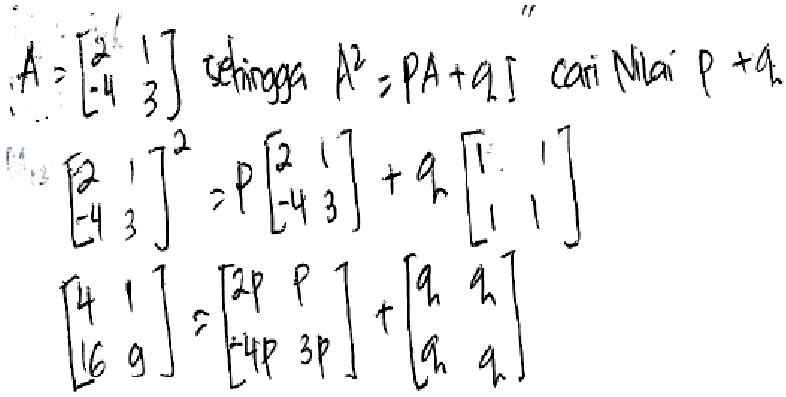
Aygor dan Ozdag (2012) menyelidiki kesalahpahaman yang ditunjukkan oleh 60 mahasiswa pada Yildiz Technical University, Turkey, Department math ketika memecahkan masalah matriks dan determinan. Hasil mereka menunjukkan banyak miskonsepsi terkait determinan matriks. Misalnya, beberapa siswa mengambil relasi det

A = -det B (yaitu determinan matriks A sama dengan minus determinan matriks B) berarti A = -B (yaitu, matriks A sama dengan minus matriks B).

Beberapa siswa juga menganggap hubungan det A = k det B (yaitu, determinan matriks A sama dengan k kali determinan matriks B) berarti A = k B (yaitu matriks A sama dengan k kali matriks B). Selain itu, beberapa siswa mengambil hubungan det A + det B (determinan dari matriks A ditambah determinan dari matriks B) berarti A + B (matriks A ditambah matriks B).

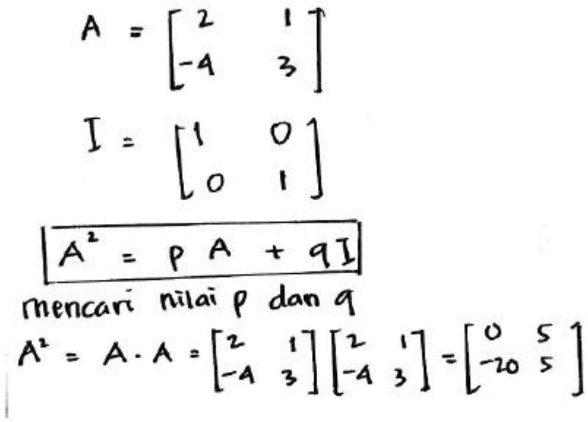
Suastika, Jhoni, & Utami (2015) melakukan penelusuran miskonsepsi mahasiswa pendidikan fisika Univ Palangka Raya tentang matriks.

Permasalahan: Jika I adalah matriks satuan dan A=$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -4 & 3 \end{bmatrix}$ sehingga $A^2 = pA + qI$. Carilan nilai p+q. Pada permasalahan tersebut, terdapat mahasiswa yang menyelesaikan masalah seperti pada Gambar 3 berikut.



Gambar 3. Penyelesaian dengan miskonsepsi pada pengkuadratan matriks dan matriks identitas

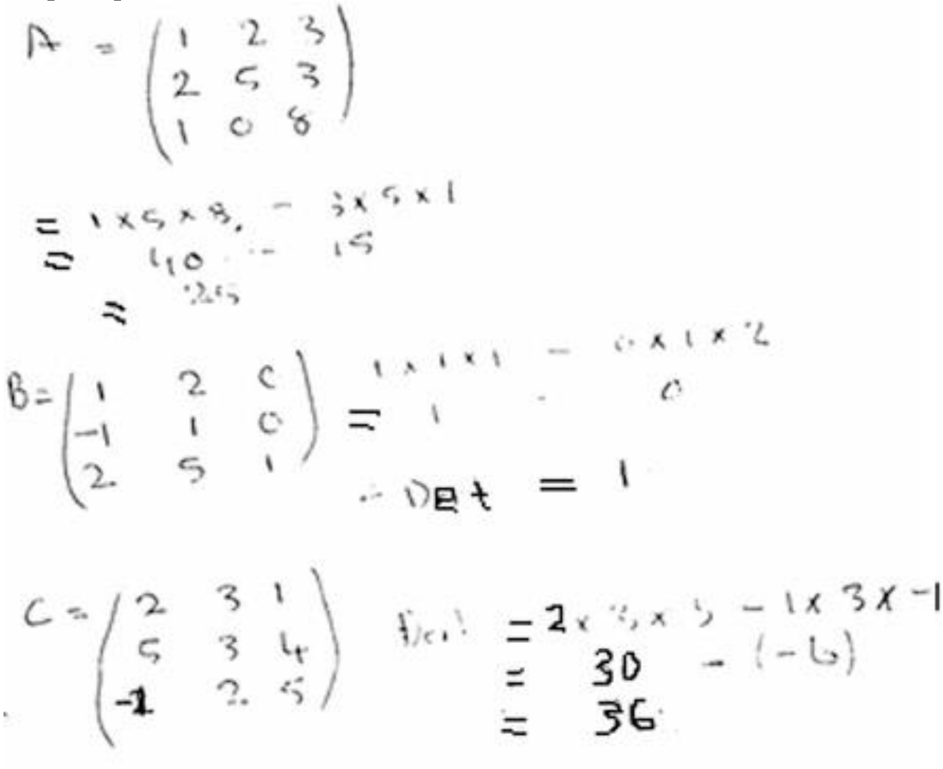
Seharusnya mahasiswa tersebut menjawab seperti berikut:



Gambar 4. Penyelesaian yang benar pada pengkuadratan matriks dan matriks identitas

Kazunga & Bansilal (2018) melakukan penelitian yang berfokus pada guru Zimbabwe yang mempelajari topik aljabar linear di Universitas sambil juga mengajarkan topik tersebut kepada siswa sekolah menengah mereka di tingkat yang berbeda. Studi ini mengeksplorasi kesalahpahaman yang ditampilkan oleh 116 guru matematika, berkaitan dengan determinan matriks. Peserta menjawab tugas berdasarkan determinan matriks dan aplikasinya. Lebih dari separuh peserta kesulitan menemukan determinan dari invers matriks, transposisi matriks, dan penerapan sifat determinan.

Salah satu kesalahpahaman umum tentang menghitung determinan matriks 4×4 dengan penerapan aturan Sarrus (yang hanya digunakan untuk 3×3 matriks). Strategi salah lainnya adalah memperluas penggunaan metode untuk mencari determinan dari matriks 2×2. Para peserta ini 'menggeneralisasi' metode tersebut, menerapkannya pada matriks 3×3 dan 4×4 dengan mengalikan entri diagonal dan kemudian mengurangi hasilnya seperti pada Gambar 5 berikut.



Gambar 5. Miskonsepsi pada determinan matriks 3×3 dan 4×4

Selain itu, miskonsepsi dapat juga terjadi pada pembelajaran matematika berbantuan komputer. Kartika (2018) menyatakan bahwa terdapat mahasiswa yang menjawab kesalahan program kemputer ketika disajikan output pesan kesalahan (lihat Gambar 6). Padahal, pesan kesalahan tersebut muncul karena input yang salah. Mahasiswa tidak menganalisis input dan tidak mengaitkan dengan teori serta sifat-sifat matriks itu sendiri.

```
Scilab 5.5.2 Console

Startup execution:
  loading initial environment

-->A=[1 3 4 5;6 7 2 3]
 A  =

    1.    3.    4.    5.
    6.    7.    2.    3.

-->B=[4 5;2 3;7 1;5 3]
 B  =

    4.    5.
    2.    3.
    7.    1.
    5.    3.

-->C=A*B
 C  =

    63.    33.
    67.    62.

-->D=A.*B
       !--error 9999
Inconsistent element-wise operation
```

Gambar 6. Kesalahan terkait operator perkalian matriks

Pada Gambar 6, penggunaan operator A*B tanpa diawali tanda titik menghasilkan hasil kali dua matrik. Namun, untuk penggunaan operator dengan diawali titik A.*B memunculkan pesan kesalahan. Maksud dari pesan kesalahan ini adalah penggunaan operator dengan awalan titik tidak untuk menentukan hasil kali dua matriks, tetapi hanya untuk menentukan hasil kali antara elemen dengan elemen pada kedua matrik tersebut, dengan syarat ukuran kedua matrik tersebut haruslah sama. Contoh kesalahan yang lain yaitu seperti pada Gambar 7 berikut.

```
Scilab 6.0.1 Console

Startup execution:
  loading initial environment

--> A=[-3 2 1;5 4 3;7 8 1]
 A  =

  -3.   2.   1.
   5.   4.   3.
   7.   8.   1.


--> B=[3 -2 1 2;4 5 1 2;3 0 7 -6]
 B  =

   3.  -2.   1.   2.
   4.   5.   1.   2.
   3.   0.   7.  -6.


--> A*B
 ans  =

   2.    16.   6.    -8.
   40.   10.   30.   0.
   56.   26.   22.   24.
```

```
Scilab 6.0.1 Console

--> A=[-3 2 1;5 4 3;7 8 1]
 A  =

  -3.   2.   1.
   5.   4.   3.
   7.   8.   1.


--> B=[3 -2 1 2;4 5 1 2;3 0 7 -6]
 B  =

   3.  -2.   1.   2.
   4.   5.   1.   2.
   3.   0.   7.  -6.


--> B*A

Inconsistent row/column dimensions.

-->
```

Gambar 7. Kesalahan pada perkalian matriks

Gambar 7 menyajikan pesan kesalahan terkait sifat komutatif pada perkalian matriks. Sifat ini mempersyaratkan mahasiswa untuk memahami terlebih dahulu aturan perkalian matriks. Setelah itu, mahasiswa diminta untuk mengaitkan dengan sifat-sifat aljabar pada perkalian matriks. Prosedur seperti Gambar 7 juga dapat dijadikan sebagai pembuktian dengan kontra contoh (*counter example*) yang berkaitan dengan sifat-sifat aljabar pada aturan matriks yang lainnya.

Kesimpulan

Beberapa penelitian terdahulu telah membuktikan bahwa terdapat mahasiswa yang mengalami miskonsepsi terkait konsep matriks. Miskonsepsi pada mahasiswa tersebut bukan mengisyaratkan kegagalan mereka dalam belajar ataupun guru dalam mengajar. Guru berperan penting untuk mengurangi ataupun mencegah miskonsepsi dengan menerapkan strategi-strategi pembelajaran berbasis riset, khususnya riset berdasarkan pengalaman guru dalam belajar. Guru juga harus mengantisipasi dan meningkatkan pemahaman kembali terkait materi yang diajarkan. Lebih jauh, guru harus memiliki tiga pilar pengetahuan utama yaitu pengetahuan teknologi, pedagogi, dan pengetahuan konten matematika yang diajarkan.

Daftar Pustaka

Aygor, N., & Ozdag, H. (2012). Misconceptions in linear algebra: The case of undergraduate students. *Procedia Social and Behavioural Sciences*, *46*, 2989–2994.
Eryilmaz, A. (2002). Effects of conceptual assignments and conceptual change discussions on students' misconceptions and achievement regarding force and motion. *Journal of Research in Science Teaching, 39,* 1001-1015.
Karadeniz, M.H., Kaya, T.B., & Bozkus, F. (2017). Explanations of prospective middle school mathematics teachers for potential misconceptions on the concept of symmetry. *International Electronic Journal of Elementary Education*, *10*(1), 71-82. doi: 10.26822/iejee.2017131888.
Kartika, H. (2017). *Aljabar Matrik (Teori dan Aplikasinya dengan Scilab)*. Yogyakarta: Deepublish.
Kartika, H. (2018). Instructional design in mathematics for undergraduate students based on learning by mistakes approach utilizing scilab assistance. *Journal of Physics: Conf. Series, 983,* 012082. doi :10.1088/1742-6596/983/1/012082

Kazunga, C., & Bansilal, S. (2018). *Misconceptions About Determinants. ICME-13 Monographs, 127–145.* doi:10.1007/978-3-319-66811-6_6
Luneta, K. and Makonye, P. (2010). Learner errors and misconceptions in elementary analysis: A case study of a grade 12 class in South Africa. *Acta Didactica Napocensia, 3*(3), 35-45.
Luneta, K. (2015). Understanding students' misconceptions: An analysis of final Grade 12 examination questions in geometry. *Pythagoras, 36*(1). doi: 10.4102/pythagoras. v36i1.261.
Özkan, E.M. (2011). Misconceptions in radicals in high school mathematics. *Procedia Social and Behavioral Sciences*, *15,* 120-127.
Smith, J.P., Disessa, A.A. & Roschelle, J. (1993). Misconceptions reconceived: A constructivist analysis of knowledge in transition, *The Journal of the Learning Sciences, 3*(2), 115-163.